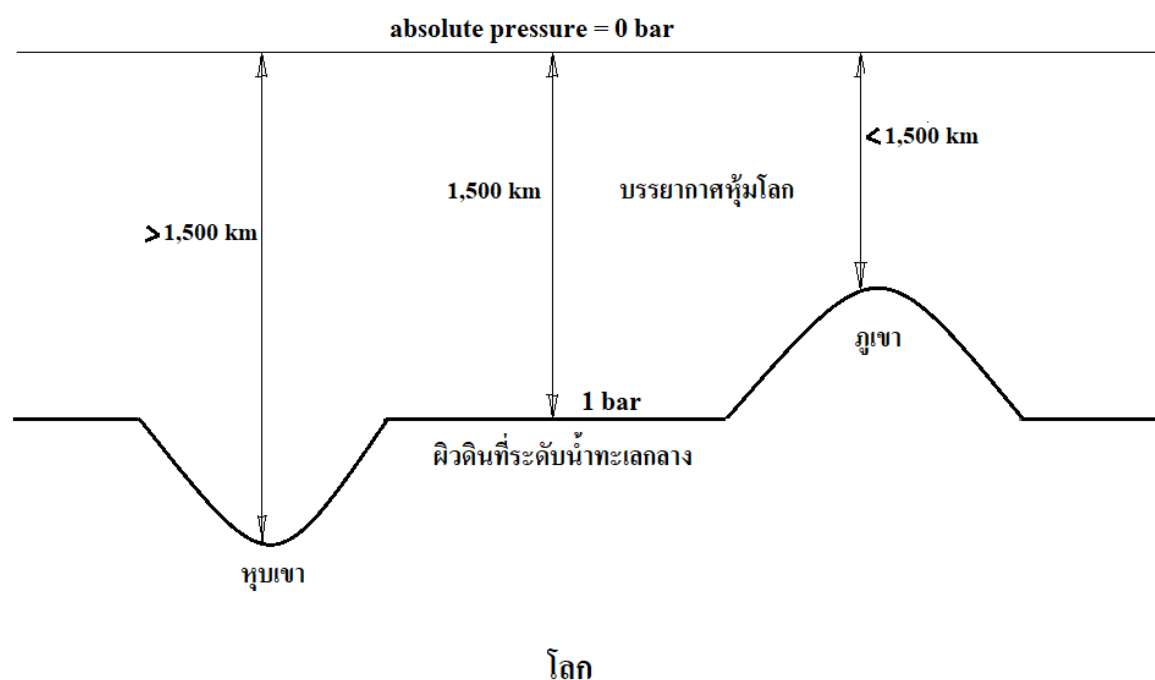
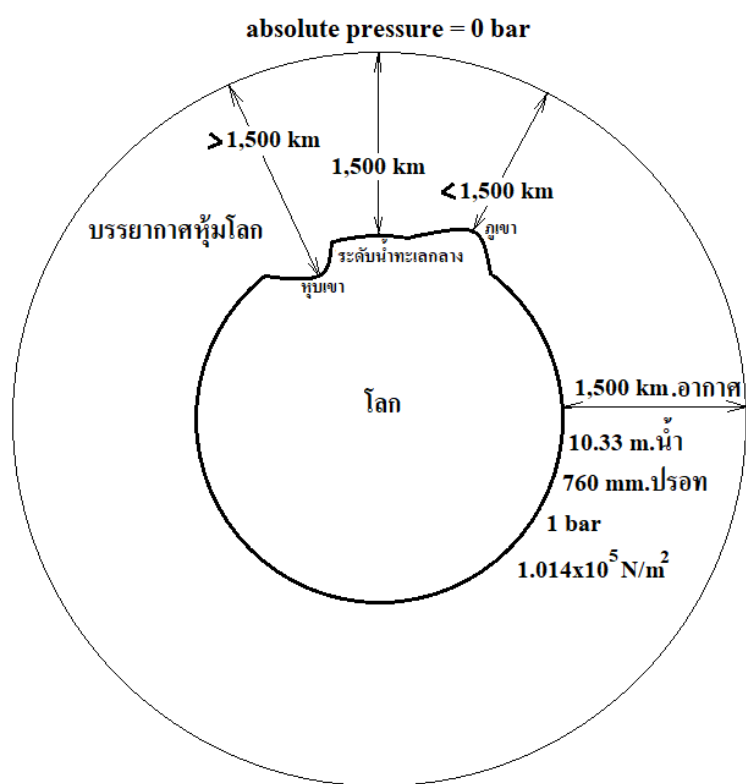


เอกสารประกอบการบรรยายความรู้ด้านวิศวกรรมโยธา วันพุธที่ ๑๓ สิงหาคม พ.ศ.๒๕๖๕ เวลา ๙ ถึง ๑๒ น.

ชลศาสตร์ (Hydraulics) เรื่อง “ความดัน(Pressure) และ การไหลในท่อ(Flow in Pipe)

โดย รองศาสตราจารย์ ดร.สกุล ห่อวโนทยาน

กล่าวนำ: บรรยากาศ ความดันบรรยากาศ



รูปที่ 1 บรรยากาศ ความดันบรรยากาศ

# 1 ความดันและแรงดันของน้ำ(Water Pressure and Pressure Force)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง ความดันและแรงดันของน้ำ ซึ่งมีเนื้อหาประกอบด้วย ผิวอิสระของน้ำ ความดันสมบูรณ์และความดันเกจ ความดันสถิต ดังจะกล่าวต่อไปนี้

## 1.1 ผิวอิสระของน้ำ (Free Surface of Water)

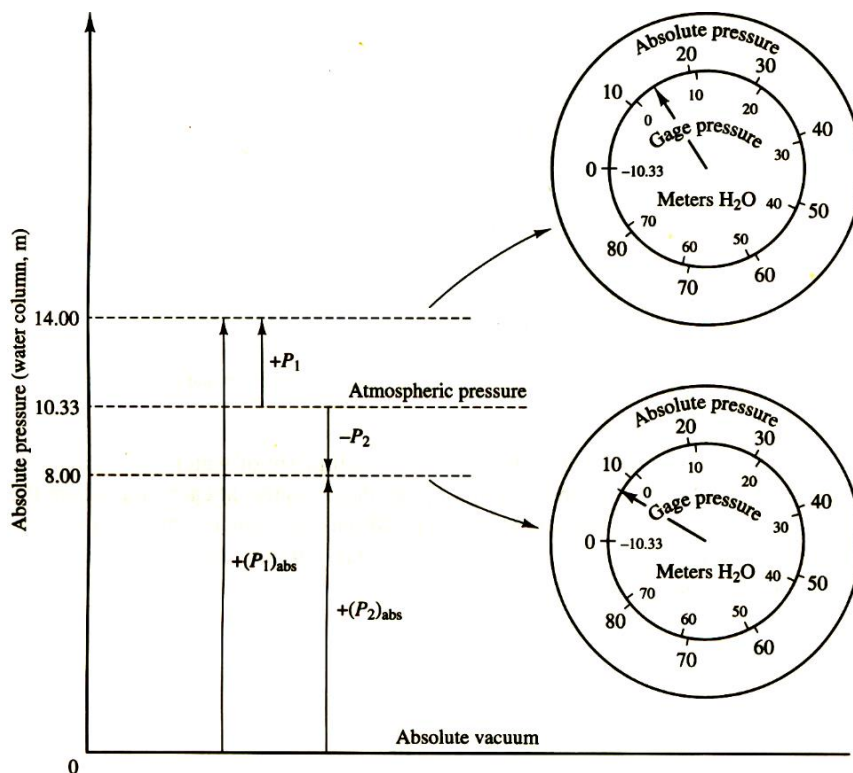
ผิวอิสระของน้ำ (Free surface) คือ พื้นผิวของน้ำที่สัมผัสกับที่ที่มีความดันคงที่ เช่น ผิวน้ำที่สัมผัสกับอากาศ ซึ่งอากาศจะมีแรงกดดันบรรยากาศ (Atmospheric pressure) ที่กระทำกับผิวน้ำคงที่ หรือผิวน้ำที่อยู่ในภาชนะปิดที่มีความกดดันในภาชนะคงที่

## 1.2 ความดันสมบูรณ์และความดันเกจ (Absolute and Gage Pressure)

ความดันสมบูรณ์(Absolute pressure) คือ ความดันที่วัดเทียบกับความดันที่มีค่าเป็นศูนย์หรือสุญญากาศ จึงมีค่าเป็นบวกเท่านั้น

ความดันเกจ(Gage pressure) คือ ความดันที่วัดเทียบกับความดันของบรรยากาศเฉพาะที่ การวัดความดันสามารถกระทำได้โดยอาศัยเครื่องมือวัดชนิดต่างๆ หรือที่ชาวบ้านเรียกว่า เกจ ความดันบรรยากาศในแต่ละแห่งไม่เท่ากัน โดยปกติแล้วจะถือเอาความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลกลางเป็นมาตรฐาน ความดันเกจจึงมีค่าเป็นไปได้ทั้งบวกและลบ ความดันเกจมีความสัมพันธ์กับความดันสมบูรณ์ดังแสดงในรูปที่ 1.1

$$\text{ความดันเกจ} = \text{ความดันสมบูรณ์} - \text{ความดันบรรยากาศ}$$



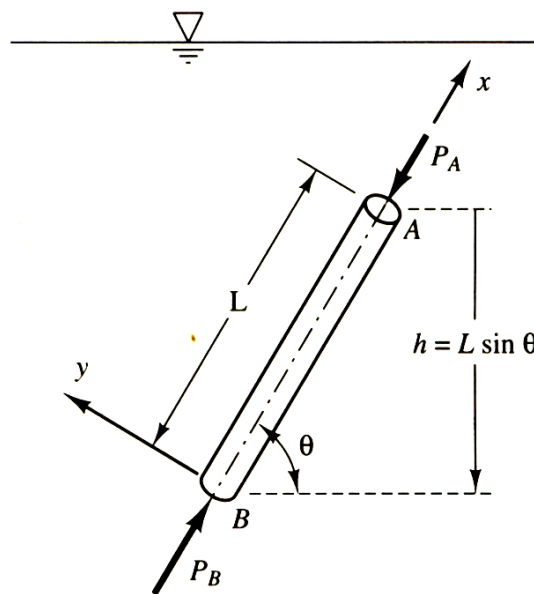
รูปที่ 1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันสมบูรณ์และความดันเกจ

### 1.3 ความดันสถิต (Hydrostatic Pressure)

#### 1.3.1 ความดันระหว่างจุดสองจุด

ในการหาความแตกต่างของความกดดันระหว่างจุด 2 จุดในน้ำ เช่น จุด A และ B ในรูปที่ 1.2 พิจารณาให้น้ำเป็นแท่งที่มีความยาว  $L$  อยู่ในสภาพสมดุล  $dA_A$  และ  $dA_B$  เป็นพื้นที่หน้าตัดที่ปลายทั้งสองข้าง  $dA$  เป็นพื้นที่หน้าตัดเฉลี่ย  $P_A$  และ  $P_B$  เป็นความกดดันที่กระทำที่จุด A และ B ตามแกน  $x$  ในสภาพสมดุล ดังนั้นแรงที่กระทำในทุกทิศทางจะต้องเท่ากัน เมื่อพิจารณาผลรวมของแรงในแกน  $x$  จะได้

$$F_x = P_A \cdot dA_A - P_B \cdot dA_B + \gamma \cdot L \cdot dA \cdot \sin \theta = 0 \quad (1.1)$$



รูปที่ 1.2 ความดันสถิต

เมื่อ  $\gamma \cdot L \cdot dA \cdot \sin \theta$  คือ น้ำหนักของแท่งน้ำในแนวแกน  $x$  ( $\gamma = \frac{W}{V} \therefore W = \gamma \cdot V = \gamma \cdot L \cdot dA$ )

$dA_A = dA_B$  และ  $L \cdot \sin \theta = h$  = ผลต่างของระดับ A และ B จากสมการที่ 2.1 จะได้

$$P_B - P_A = \gamma \cdot h \quad (1.2)$$

จากสมการที่ 1.2 สรุปได้ว่า “ผลต่างของความดันระหว่างจุดสองจุดในน้ำนิ่งจะเท่ากับผลคูณของน้ำหนักจำเพาะของน้ำกับความแตกต่างของระดับของจุดทั้งสอง”

### 1.3.2 ความดันที่ระนาบเดียวกัน

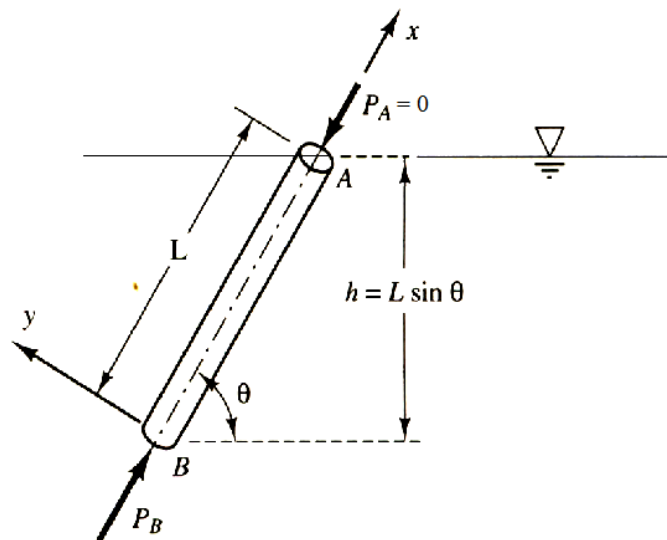
จากรูปที่ 1.2 ถ้าจุด A และ B อยู่ในระดับเดียวกัน ดังนั้น  $h = 0$  และ  $P_A = P_B$  กล่าวได้ว่า “สำหรับน้ำที่อยู่นิ่ง ความดันของจุดทุกจุดในระนาบราบ (Horizontal plane) จะมีค่าเท่ากัน”

### 1.3.3 หัวความดัน (Pressure Head)

เมื่อผิวน้ำเป็นผิวอิสระ โดยสัมผัสกับความดันบรรยากาศ,  $P_{atm}$  และจุด A เป็นจุดที่อยู่บนผิวอิสระ (ผิวน้ำ) ดังในรูปที่ 2.3 จะได้ว่า

$$P_B = \gamma \cdot h + P_{atm} = (P_B)_{abs} \quad (1.3)$$

$$(P_B)_{abs} = \text{ความดันสมบูรณ์ที่จุด B นั้นเอง}$$



รูปที่ 1.3 ความดันสถิต จุด A อยู่บนผิวอิสระ(ผิวน้ำ)

ดังนั้นความดันเกจที่จุด B จะเท่ากับ

$$\begin{aligned} (P_B)_{gage} &= (P_B)_{abs} - P_{atm} \\ &= \gamma \cdot h + P_{atm} - P_{atm} \\ &= \gamma \cdot h && \text{หรือ} \\ h &= \frac{P}{\gamma} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$h$  คือ หัวความดัน (Pressure head) หรือความดันในรูปความสูงของน้ำ

## 2 การไหลในท่อ (Flow in Pipe)

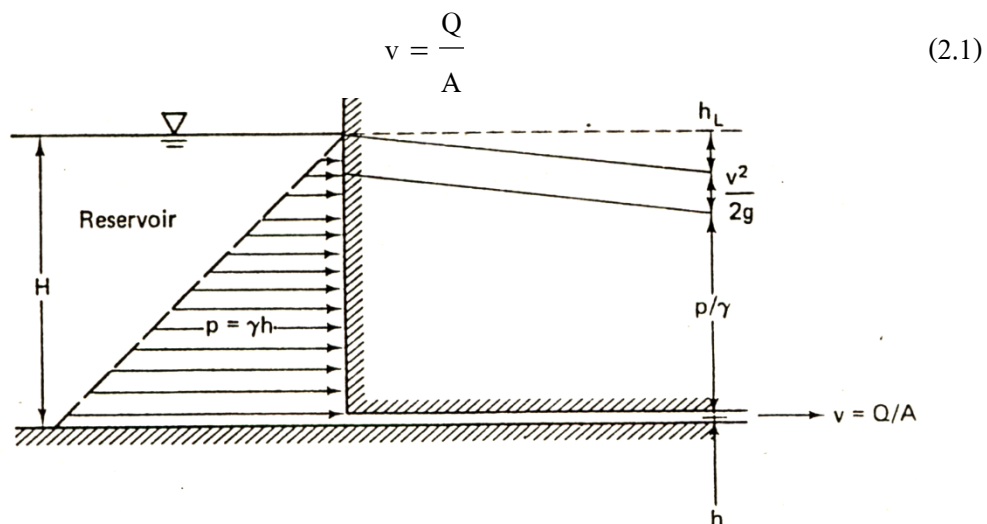
การไหลของน้ำในท่อ หมายถึง การไหลของน้ำเต็มพื้นที่หน้าตัดท่อและภายใต้ความดัน ท่ออาจมีรูปร่างต่างๆที่ปิดโดยรอบ เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม หกเหลี่ยม เป็นต้น แต่ส่วนใหญ่จะมีหน้าตัดวงกลม การส่งน้ำโดยท่อโดยทั่วไปจะมีระยะทางสั้นกว่าคลอง(Canal) และรางส่งน้ำ(Flume) เพราะสามารถวางท่อในแนวเส้นตรงที่สั้นกว่าได้ สำหรับพื้นที่บางแห่งที่หาน้ำยาก การส่งน้ำโดยท่อจะป้องกันการสูญเสียน้ำเนื่องจากการรั่วซึมและการระเหย ซึ่งเกิดขึ้นในการขนส่งน้ำด้วยทางน้ำเปิด(Open channel) นอกจากนี้การส่งน้ำโดยท่อยังป้องกันไม่ให้มลพิษต่างๆ(Pollution) ไหลเข้ามาปะปนกับน้ำภายในท่อ ดังนั้นระบบประปาในเขตชุมชนจึงนิยมใช้ท่อในการส่งน้ำประปา

ในบทนี้จะเสนอเนื้อหาวิชาการเกี่ยวกับพื้นฐานการไหลของน้ำในท่อ และเพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับการไหลของน้ำในท่อในบทต่อไป

### 2.1 Reynolds Number

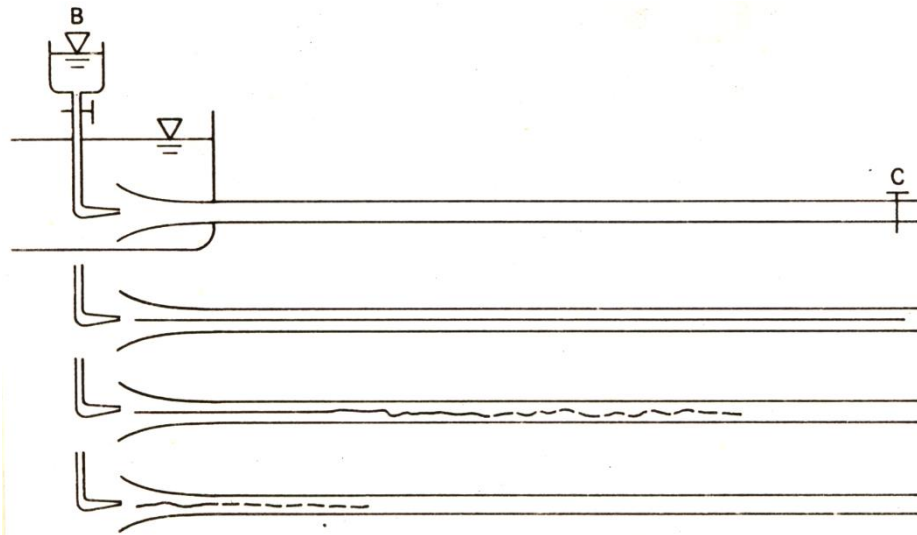
การไหลในท่อสามารถอธิบายคุณศัพท์การไหลได้ด้วยตัวแปรการไหลต่างๆด้วยกัน คือ อัตราการไหล(Discharge,  $Q$ ) พื้นที่หน้าตัดการไหล (Cross section,  $A$ ) ระดับท่อจากระดับอ้างอิง (Pipe elevation,  $h$ ) ความดัน (Pressure,  $P$ ) และความเร็วการไหล (Velocity,  $v$ ) ดังแสดงในรูปที่ 2.1

โดยทั่วไปความเร็วการไหลจะหมายถึงความเร็วเฉลี่ยบนหน้าตัด ( $v$ ) และ  $A$  คือพื้นที่ของหน้าตัดท่อ



รูปที่ 2.1 แสดงตัวแปรการไหล

ในปลายคริสต์ศตวรรษที่ 19 วิศวกรชาวฝรั่งเศส Osborne Reynold ได้พบว่า การไหลในท่อมักมีลักษณะต่างๆ จากผลการทดลองซึ่งมีภาพสเก็ตช์แสดงในรูปที่ 2.2 โดยมีท่อหลอดแก้วแห้วเข้าไปในถังเก็บน้ำใหญ่ และที่ปลายท่อมีก๊อกน้ำ C ที่ด้วยแก้ว B ใส่สีและมิก๊อกน้ำสำหรับเปิด-ปิด เมื่อเปิดก๊อกน้ำ C เล็กน้อย จะมีน้ำไหลในท่อหลอดแก้ว และเปิดก๊อกน้ำสี B น้ำสีจะไหลเข้าไปในท่อหลอดแก้วเป็นสายที่ต่อเนื่องและไม่แตกกระจาย ลักษณะการไหลเช่นนี้เรียกว่า "การไหลแบบราบเรียบ" (Laminar flow) หากเปิดก๊อกน้ำ C เพิ่มขึ้นอีกเล็กน้อย



รูปที่ 2.2 อุปกรณ์การทดลองชนิดการไหล

พบว่า เส้นน้ำสีที่ไหลในท่อเริ่มแตกกระจายปะปนกันบ้างบางส่วน แต่ยังพอสังเกตเห็นเส้นน้ำสีได้บ้าง ลักษณะการไหลเช่นนี้ เรียกว่า “การไหลเปลี่ยนแปลง (Transitional flow)” และถ้าเปิดก๊อกน้ำ C มากขึ้นอีก น้ำจะไหลในท่อมากขึ้นและมีลักษณะการไหลที่เรียกว่า “การไหลปั่นป่วน (Turbulent flow)” ซึ่งสังเกตได้ว่า เส้นน้ำสีแตกกระจายจนไม่เป็นเส้นอีกต่อไป น้ำสีจะผสมกลมกลืนกับน้ำไหลในท่อทั้งหมดจนไม่สามารถสังเกตเห็นเส้นน้ำสีได้

จากการทดลองดังกล่าว Reynolds จึงได้เสนอให้แบ่งชนิดการไหลออกเป็น 3 ชนิด โดยใช้อัตราส่วนของแรงเฉื่อย (Inertia force) ต่อแรงของความหนืดการไหล (Viscous force) ที่มีอิทธิพลต่อการไหลในท่อ ซึ่งในปัจจุบันนิยมเรียกอัตราส่วนนี้ว่า “**Reynolds number,  $N_R$** ”

$$N_R = \frac{\text{แรงเฉื่อย}}{\text{แรงความหนืด}} = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad (2.2)$$

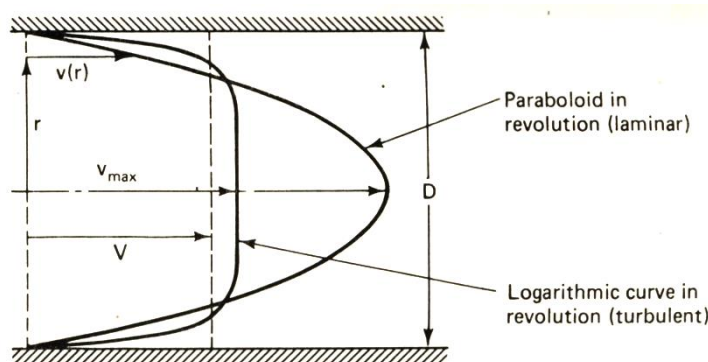
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.3)$$

โดยที่	$v$	คือ ความเร็วการไหล
	$D$	คือ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ
	$\nu$	คือ ความหนืดจลน์ (Kinematics viscosity)
	$\mu$	คือ ความหนืดกล (Dynamic viscosity)
	$\rho$	คือ ความหนาแน่นของเหลว (Fluid density)
	$N_R$	คือ ค่า Reynolds Number เป็นค่าไร้มิติ (Dimensionless)

และพบว่าสามารถนำไปใช้ในการจำแนกชนิดการไหลในท่อได้ดังนี้ (ดูรูปที่ 2.9)

- 1)  $N_R < 2,000$  เป็นการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow)
- 2)  $N_R < 4,000$  เป็นการไหลเปลี่ยนแปลง (Transitional flow)
- 3)  $N_R >> 4,000$  เป็นการไหลปั่นป่วน (Turbulent flow)

## 2.2 ขลศาสตร์การไหลในท่อ (Hydraulics of Pipe Flow)



รูปที่ 2.3 การกระจายความเร็วของการไหลในท่อ

รูปที่ 2.3 แสดงการกระจายความเร็วบนหน้าตัดการไหลของการไหลแบบ Laminar และแบบ Turbulent ในท่อวงกลม สำหรับการไหลแบบ Laminar ความเร็วของอนุภาคที่ติดอยู่กับผนังของท่อจะเป็นศูนย์และความเร็วจะเพิ่มขึ้นทีละน้อยๆเมื่อห่างจากผนังออกมาจนมีความเร็วสูงสุดที่จุดกึ่งกลางของท่อ ในกรณีนี้รูปแบบการกระจายของความเร็วจะเป็นแบบ "พาราโบลา" ซึ่งมีความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity,  $v$ ) เท่ากับครึ่งหนึ่งของความเร็วสูงสุด ในการไหลแบบ Turbulent ความเร็วของอนุภาคที่อยู่ใกล้กับผนังท่อจะมากกว่าการไหลแบบ Laminar เพราะอนุภาคที่อยู่ใกล้ผนังท่อมีการผสมผสานกับอนุภาคที่มีความเร็วสูงที่อยู่ในกลางท่อ ทำให้อนุภาคที่อยู่ติดผนังท่อมีความเร็วมากกว่าแบบ Laminar แต่ขณะเดียวกันบริเวณกลางท่ออนุภาคจะมีความเร็วต่ำกว่าเพราะมีการผสมผสานกับอนุภาคที่มีความเร็วต่ำกว่า จึงทำให้รูปแบบการกระจายของความเร็วเป็นแบบ Logarithm การผสมผสานของอนุภาคจะมากขึ้นเมื่อ  $N_R$  เพิ่มขึ้นและจะทำให้รูปแบบการกระจายความเร็วสม่ำเสมอขึ้น

โดยปกติพลังงานของน้ำที่สูญเสียไปของการไหลผ่านท่อ ส่วนใหญ่จะเกิดจาก

- 1) ความฝืดของผนังท่อภายใน (Skin friction)
- 2) การสลายความหนืด (Viscous dissipation)

ความฝืดของผนังท่อเมื่อมีการไหลของน้ำ ขึ้นอยู่กับความขรุขระ (e) ของวัสดุที่ใช้ และ Velocity gradient ( $dv/dr$ ) บริเวณผนังที่อัตราการไหลเดียวกันดังรูปที่ 2.3 จะเห็นได้ว่าการไหลแบบ Turbulent จะมี Velocity gradient บริเวณผนังมากกว่าแบบ Laminar ดังนั้นการไหลแบบ Turbulent การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความฝืดจึงมีค่าสูง อาจกล่าวได้ว่าค่า Reynolds Number สูง การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน (Friction loss) จะสูงด้วย (เมื่ออัตราการไหลและพื้นที่หน้าตัดของการไหลเท่ากัน) ขณะเดียวกันเมื่อการไหลเป็นแบบ Turbulent ความปั่นป่วนของการไหลทำให้อัตราการสลายความหนืดในการไหลเพิ่มมากขึ้นด้วย จึงทำให้พลังงานลดลง เนื่องจากถูกใช้เพื่อสลายความหนืด จึงอาจกล่าวได้ว่า อัตราการสูญเสียพลังงานของการไหลในท่อขึ้นอยู่กับค่า  $N_R$  และความขรุขระของผนังท่อ

### ตัวอย่างที่ 2.1

ท่อกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 40 mm ใช้ส่งน้ำที่มีอุณหภูมิ  $20^{\circ}\text{C}$  จงคำนวณหาอัตราการไหลสูงสุดที่ทำให้การไหลเป็นแบบ Laminar

วิธีทำ

$$\text{จากสูตร} \quad N_R = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad [1]$$

จากตารางที่ 1.3 เมื่อน้ำมีอุณหภูมิ  $20^{\circ}\text{C}$ , ความหนืดจลน์,  $\nu$  มีค่าเท่ากับ  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$

$$\text{สำหรับการไหลแบบ Laminar} \quad N_R = 2,000 \quad [2]$$

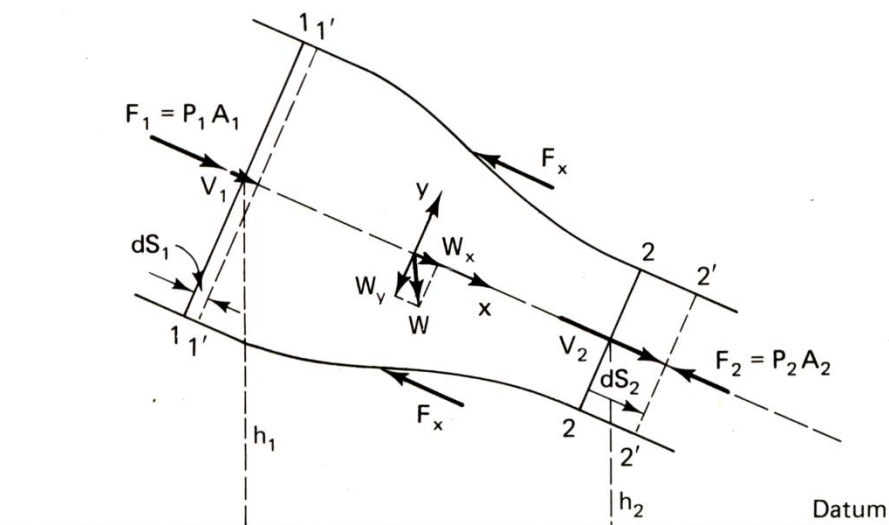
$$[1] = [2] \quad \frac{0.04v}{1 \times 10^{-6}} = 2,000$$

$$v = 0.05 \text{ m/sec}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{อัตราการไหล, } Q &= v \cdot A \\ &= \frac{\pi (0.04)^2 \times 0.05}{4} \\ &= 6.28 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{sec (cms.)} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

### 2.3 แรงในการไหลในท่อ (Force in Pipe flows)

รูปที่ 2.4 แสดงรูปตัดตามยาวของการไหลของน้ำในท่อ โดยมีหน้าตัดของท่อและระดับแปรเปลี่ยนไปตามความยาวของท่อ



รูปที่ 2.4 ลักษณะโดยทั่วไปของการไหลในท่อ



พิจารณาปริมาตรน้ำควบคุม(Control volume) ระหว่างหน้าตัด 1-1 และ 2-2 หลังจากเวลา  $dt$  มวลน้ำดังกล่าวเคลื่อนที่ไปยังหน้าตัดใหม่ คือ 1'-1' และ 2'-2'

สำหรับของเหลวที่อัดไม่ได้(Incompressible fluid) และการไหลเป็นแบบ Steady flow (Steady flow คือ การไหลที่ ณ จุดหนึ่งจุดใด ความลึกของน้ำคงที่ในช่วงเวลาที่กำหนดให้) ตามกฎการคงตัวของมวล (Conservation of mass) จะได้

$$\rho \frac{dVol(1-1')}{dt} = \rho \frac{A_1 \cdot dS_1}{dt} = \rho \cdot A_1 \cdot V_1 = \rho \cdot A_2 \cdot V_2 = \rho \cdot Q$$

หรือ

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = Q \quad (2.4)$$

สมการที่ 2.4 นี้ เรียกว่า “สมการต่อเนื่อง (Continuity equation)”

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a} = M \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{M \cdot \vec{v}_2 - M \cdot \vec{v}_1}{\Delta t} \quad (2.5)$$

แทนค่าสมการที่ 2.4 ลงในสมการที่ 2.5 จากหลักการคงตัวของโมเมนตัม (Conservation of momentum) สามารถเขียนในรูปสมการเวกเตอร์ทั่วไปได้เป็น

$$\sum \vec{F} = \rho \cdot Q (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad (2.6)$$

หากพิจารณาเฉพาะในแกน x จะเขียนได้เป็น

$$\sum F_x = \rho \cdot Q (v_{x2} - v_{x1}) \quad (2.6.1)$$

สำหรับแกนอื่น ๆ  $\sum F_y = \rho \cdot Q (v_{y2} - v_{y1}) \quad (2.6.2)$

$$\sum F_z = \rho \cdot Q (v_{z2} - v_{z1}) \quad (2.6.3)$$

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลในท่อด้วยหลักการคงตัวของโมเมนตัม ดังเช่น สมการที่ 2.6.1 มักจะใช้สมการที่ 2.7 เป็นสมการช่วยวิเคราะห์

และจากรูปที่ 2.4 จะได้  $\sum F_x = P_1 \cdot A - P_2 \cdot A_2 - F_x + W_x \quad (2.7)$

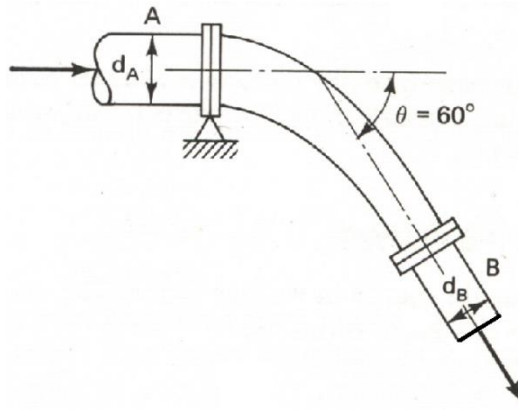
เมื่อ  $F_x =$  แรงต้านการไหลที่ผนังท่อ

$W_x =$  น้ำหนักของของเหลวในแนวแกน x

---

### ตัวอย่างที่ 2.2

หัวฉีดในแนวราบ(Horizontal nozzle) มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง  $d_B = 20 \text{ mm}$  อัตราการไหล  $0.01 \text{ m}^3/\text{sec}$  เพื่อส่งน้ำให้หัวฉีดเป็นท่อกลม มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง  $d_A = 40 \text{ mm}$  จุดที่ท่อส่งน้ำต่อกับหัวฉีดมีจุดรองรับเป็น Hinge ดังในรูปที่ 2.5 จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่ Hinge ถ้าความดันน้ำที่  $A = 500,000 \text{ N/m}^2$



รูปที่ 2.5 หัวฉีดวางในแนวราบ ตัวอย่างที่ 2.2

#### วิธีทำ

ที่จุดรองรับมีแรงปฏิกิริยาเนื่องจากน้ำหนัก และ แรงดันของน้ำ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการโมเมนต์ (สมการที่ 2.6)

$$\sum \vec{F} = \rho \cdot Q (\vec{v}_B - \vec{v}_A)$$

แรงดันของน้ำ

$$\vec{F}_A = P_A \cdot A_A \cdot \vec{i} = (500,000) \frac{\pi(0.04)^2}{4} \vec{i} = 628.32 \vec{i}$$

$$\vec{F}_B = P_B \cdot A_B (-\cos 60 \vec{i} + \sin 60 \vec{j}) = \vec{0}$$

และความเร็ว

$$\vec{v}_B = \frac{Q}{A_B} (\cos 60 \vec{i} - \sin 60 \vec{j}) = \frac{0.01}{\frac{\pi}{4}(0.02)^2} \left( \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right)$$

$$\vec{v}_B = 31.83 \left( \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right)$$

$$\vec{v}_A = \frac{Q}{A_A} \vec{i} = 7.96 \vec{i}$$

ดังนั้น

$$628.32 \vec{i} + \vec{F} = (1000)(0.01)(15.92 \vec{i} - 27.57 \vec{j} - 7.96 \vec{i})$$

$$\vec{F} = -548.7 \text{ N} \vec{i} - 275.7 \text{ N} \vec{j}$$

**ตอบ**

## 2.4 พลังงานในการไหลในท่อ (Energy in Pipe Flow)

พลังงานที่เกี่ยวข้องกับการไหลของน้ำในท่อมียหลายรูปแบบ สามารถแบ่งออกเป็น 3 รูปแบบ ได้แก่

- 1) พลังงานจลน์ (Kinetic energy)
- 2) พลังงานศักย์ (Potential energy)
- 3) พลังงานความกดดัน (Pressure energy)

พิจารณา Control volume ระหว่างหน้าตัด 1-1 และ 2-2 ในรูปที่ 2.4 ในเวลา  $dt$  อนุภาคน้ำเคลื่อนที่จากหน้าตัด 1-1 ไป 1'-1' ด้วยความเร็ว  $v_1$  ขณะเดียวกันอนุภาคน้ำที่หน้าตัด 2-2 ก็จะเคลื่อนที่ไปหน้าตัด 2'-2' ด้วยความเร็ว  $v_2$  จากสมการต่อเนื่อง จะได้

$$A_1 \cdot v_1 \cdot dt = A_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

งาน(Work-done)เนื่องจากแรงดัน ที่กระทำที่หน้าตัด 1-1 ในเวลา  $dt$  คือ ผลคูณของแรงดันทั้งหมดกับระยะทางที่กระทำ จะได้

$$P_1 \cdot A_1 \cdot dS_1 = P_1 \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot dt \quad (2.8)$$

เช่นเดียวกับที่หน้าตัดที่ 2-2

$$-P_2 \cdot A_2 \cdot dS_2 = -P_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot dt \quad (2.9)$$

เครื่องหมายติดลบหมายถึง ทิศทางของงาน(Work-done)มีทิศตรงกันข้ามกับทิศทางที่เคลื่อนที่

งาน(Work-done)เนื่องจาก Gravity force ที่ทำให้มวลน้ำเคลื่อนที่จาก 1122 ไปยัง 1'1'2'2' จะเท่ากับงานที่ใช้เคลื่อนที่จาก 111'1' ไปยัง 222'2' เสมือนว่ามวล 1'1'22 ยังคงอยู่ที่เดิมโดยไม่มีการเคลื่อนที่ Gravity force ที่กระทำกับมวล 111'1' เท่ากับปริมาณน้ำ  $A_1 \cdot v_1 \cdot dt$  คูณกับน้ำหนักจำเพาะ  $\gamma = \rho \cdot g$  ถ้า  $h_1$  และ  $h_2$  แทนค่าระดับของศูนย์กลางของมวล 111'1' และ 222'2' เหนือเส้นระดับพื้นฐาน(Datum line) ตามลำดับ ดังนั้นงาน(Work-done)เนื่องจาก Gravity force( $W_g$ ) ที่ทำให้มวลน้ำเคลื่อนที่จาก  $h_1$  ไปยัง  $h_2$  คือ

$$W_g = \rho \cdot g \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot dt(h_1 - h_2) \quad (2.10)$$

พลังงานจลน์(Kinetic energy)สุทธิในมวลน้ำทั้งหมด คือ

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot dt(v_2^2 - v_1^2) \quad (2.11)$$

งานทั้งหมดที่เกิดขึ้น มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์หรือพลังงานจลน์สุทธิ จากสมการที่ 2.8, 2.9, 2.10 และ 2.11 จึงเขียนได้เป็น

$$P_1 \cdot Q \cdot dt - P_2 \cdot Q \cdot dt + \rho \cdot g \cdot Q \cdot dt(h_1 - h_2) = \frac{1}{2} \rho \cdot Q \cdot dt(v_2^2 - v_1^2)$$

หารด้วย  $\rho \cdot g \cdot Q \cdot dt$  จะได้

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} - \frac{P_2}{\rho \cdot g} + (h_1 - h_2) = \frac{1}{2g} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 \quad (2.12)$$

สมการที่ 2.12 เรียกว่า Bernoulli's equation หรือ Energy equation

การวิเคราะห์ชลศาสตร์การไหลในท่อ มักจะเริ่มต้นพิจารณาการไหลระหว่างสองหน้าตัดตามแนวท่อ ดังในรูปที่ 2.6 ซึ่งถือได้ว่าเป็นรูปแสดงชลศาสตร์การไหลในท่อ ระดับต่างๆที่แสดงในรูป นิยมอ้างอิงหรือเปรียบเทียบกับระดับอ้างอิงมาตรฐาน เช่น ระดับน้ำทะเลกลาง(Mean sea level) เป็นต้น ในรูปที่ 2.6 นี้ มุ่งที่จะแสดงพลังงานต่างๆที่สะสมอยู่ในการไหล ณ จุดใดจุดหนึ่งของการไหลตามแนวศูนย์กลางของท่อ พลังงานดังกล่าวนี้ แสดงในรูปของพลังงานต่อหน่วยน้ำหนักของน้ำ หรือเรียกว่า “หัวพลังงาน (Energy head,  $H = \frac{E}{W}$ )” ณ จุดเหนือหน้าตัดที่ 1 มีหัวพลังงานทั้งหมด (Total energy head) เท่ากับ

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 \quad (2.13)$$

และหัวพลังงานทั้งหมดที่หน้าตัดที่ 2 มีค่าเท่ากับ

$$H_2 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 \quad (2.14)$$

โดย  $H_1$  และ  $H_2$  คือ หัวพลังงานทั้งหมดที่หน้าตัดที่ 1 ดังเส้น ab และหน้าตัดที่ 2 ดังเส้น a'b' ตามลำดับ

$\frac{v_1^2}{2g}$  และ  $\frac{v_2^2}{2g}$  คือ หัวความเร็ว(Velocity head) ซึ่งหมายถึง Kinetic energy head ที่หน้าตัดที่ 1 และ

หน้าตัดที่ 2 ตามลำดับ

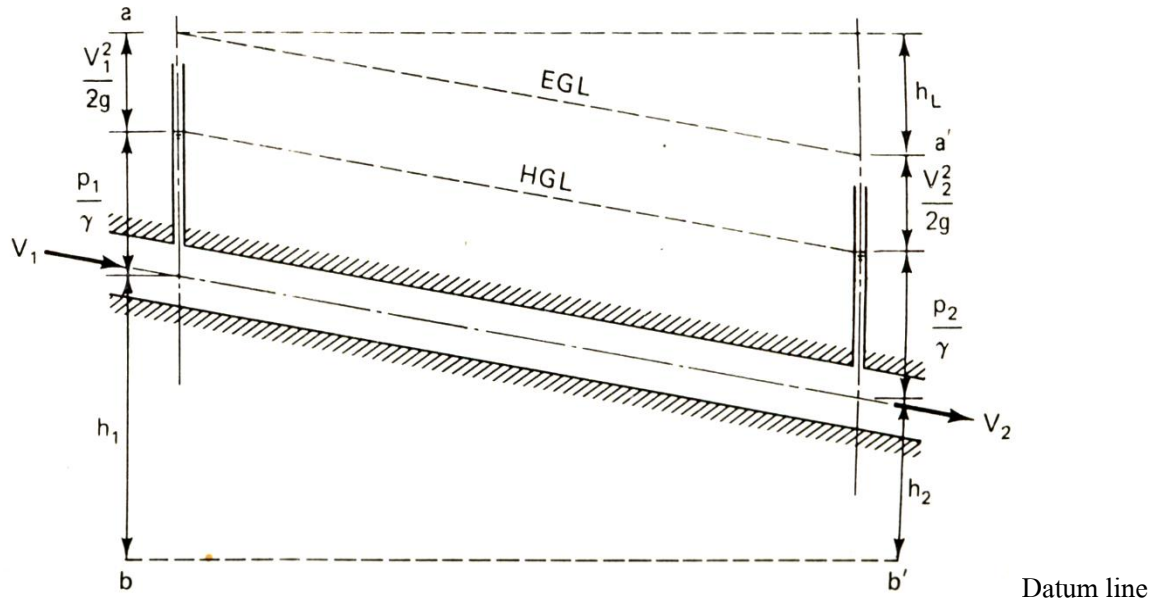
$\frac{P_1}{\gamma}$  และ  $\frac{P_2}{\gamma}$  คือ หัวความดัน(Pressure head) ที่หน้าตัดที่ 1 และหน้าตัดที่ 2 ตามลำดับ

$h_1$  และ  $h_2$  คือ ความสูงของท่อ (Elevation head) หรือ หัวพลังงานระดับเส้นท่อเหนือเส้นอ้างอิง (Datum line) ซึ่งหมายถึง หัวพลังงานศักย์(Potential energy head) ที่หน้าตัดที่ 1 และหน้าตัดที่ 2 ตามลำดับ

ระหว่างที่มวลน้ำเคลื่อนที่จากหน้าตัดหนึ่งไปยังหน้าตัดอื่นใดๆ จะมีหัวพลังงานส่วนหนึ่งสูญเสียไป (Head loss,  $h_L$ ) ดังในรูปที่ 2.6 สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + h_L \quad (2.15)$$

เมื่อ  $h_L$  คือ หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากการไหลระหว่างหน้าตัดที่ 1 ถึงหน้าตัดที่ 2 ที่พิจารณา วิศวกรชลศาสตร์เรียกสมการที่ (2.15) นี้ว่า “สมการพลังงาน (Energy equation)” หรือ “สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli's equation)”



รูปที่ 2.6 ชลศาสตร์ของการไหลในท่อระหว่างสองหน้าตัด

จากรูปที่ 2.6 เส้นแสดงระดับความสูงของท่อ (Elevation head,  $h$ ) เป็นแนวศูนย์กลางท่อ เส้นแสดงระดับหัวความดัน (Pressure head,  $\frac{P}{\gamma}$ ) เรียกว่า “เส้นลาดชลศาสตร์ (Hydraulic grade line, HGL)” และเส้นแสดงระดับหัวความเร็ว  $\frac{V^2}{2g}$  จากเส้นระดับชลศาสตร์ เรียกว่า “เส้นลาดพลังงาน (Energy grade line, EGL)” ความแตกต่างของระดับเส้นพลังงานระหว่างสองหน้าตัด จึงหมายถึง “หัวพลังงานสูญเสีย (Head loss,  $h_L$ )” อันเนื่องมาจากการไหล การไหลของน้ำในท่อจะไหลจากจุดที่มีระดับเส้นพลังงานสูงไปสู่จุดที่มีระดับเส้นพลังงานต่ำเสมอ และการไหลที่เกิดขึ้นต้องมีการสูญเสียพลังงานทุกครั้งไป

### ตัวอย่างที่ 2.3

ท่อดกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 25 cm. ส่งน้ำด้วยอัตราการไหล 0.16 cms ภายใต้ความดัน 2,000 dyn/cm<sup>2</sup>. โดยท่ออยู่เหนือระดับน้ำทะเลปานกลาง 10.71 m. จงคำนวณหัวพลังงานที่วัดจากระดับน้ำทะเลปานกลาง (1 dyn = 1 g·cm/s<sup>2</sup> = 10<sup>-5</sup> kg·m/s<sup>2</sup> = 10<sup>-5</sup> N) และ (1 Newton = 1 kg·m/s<sup>2</sup> = 10<sup>5</sup> g·cm/s<sup>2</sup> = 10<sup>5</sup> dyn)

วิธีทำ

ความเร็วการไหล

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.16}{\frac{\pi (0.25)^2}{4}} = 3.26 \quad \text{m/sec}$$

หัวพลังงานทั้งหมด

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + h$$

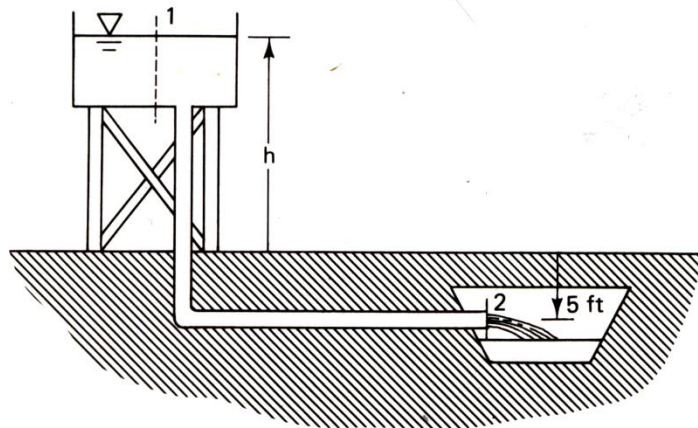
$$= \frac{(3.26)^2}{2(9.81)} + \frac{2000 \left( \frac{10^4}{10^5} \right)}{9810} + 10.71$$

$$= 11.27 \text{ m. msl.}$$

ตอบ

#### ตัวอย่างที่ 2.4

ผิวน้ำในถังเก็บน้ำอยู่ที่ระดับ  $h$  ดังรูปที่ 2.7 ปล่อน้ำลงสู่อ่างน้ำใต้ดินผ่านท่อ ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 12 inch โดยมีอัตราการไหล 3,200 GPM. และมีหัวพลังงานสูญเสีย (Head loss) ทั้งหมด 11.53 ft จงคำนวณหาระดับผิวน้ำในถังเก็บน้ำ ( $1 \text{ cu.ft./sec} = 448.83 \text{ GPM}$ )



รูปที่ 2.7 ถังเก็บน้ำปล่อยน้ำลงสู่อ่างน้ำใต้ดิน ตัวอย่างที่ 2.4

#### วิธีทำ

จากสมการที่ 2.15

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + h_L$$

$v_1$  คือ ความเร็วของน้ำในแท่งถัง ซึ่งมีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับความเร็วของน้ำในท่อ ดังนั้น  $v_1 \approx 0$  และเนื่องจากผิวน้ำของทั้งสองหน้าตัด สัมผัสอยู่กับอากาศ ดังนั้น

$$P_1 = P_2 = 0$$

ความเร็วเฉลี่ย

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{3200 \text{ GPM}}{\pi \cdot r^2}$$

$$v = \frac{3200 \text{ GPM}}{\pi (0.5 \text{ ft})^2} \times \frac{1 \text{ ft}^3/\text{s}}{448.83 \text{ GPM}} = 9.08 \text{ ft/sec}$$

Datum อยู่ที่ผิวดิน

$$\therefore h = h_1 + \frac{0}{\gamma} + \frac{0^2}{2g} = -5 + \frac{0}{\gamma} + \frac{(9.08)^2}{2(32.2)} + 11.53$$

$$\therefore h = 7.81 \text{ ft}$$

ตอบ

## 2.5 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน (Loss of Head Due to Friction)

พลังงานที่สูญเสียในการไหลของน้ำ เนื่องมาจากแรงต้านทานที่เกิดจากความฝืด หรือการเสียดทานระหว่างน้ำกับผนังของท่อ เรียกว่า “การสูญเสียพลังงานหลัก (Major Loss)” ซึ่งเป็นปริมาณการสูญเสียพลังงานส่วนใหญ่ จากการศึกษาหลายๆการศึกษาพบว่า การต้านทานการไหลของน้ำในท่อ สามารถสรุปได้ดังนี้

- 1) ไม่ขึ้นอยู่กับแรงดันของน้ำที่ไหล
- 2) เป็นสัดส่วนโดยตรงกับความยาวท่อ, L
- 3) เป็นปฏิกิริยาผกผันกับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ, D
- 4) ขึ้นอยู่กับความเร็วของน้ำ, v
- 5) ถ้าการไหลเป็นแบบปั่นป่วน(Turbulent flow) จะเป็นสัดส่วนกับความขรุขระของผิวท่อด้วย

วิธีการคำนวณหาพลังงานสูญเสีย มีหลายวิธีด้วยกัน ในที่นี้จะขอกล่าวถึง 3 วิธี ได้แก่

- 1) สูตร Darcy Weisbach และแผนภูมิ Moody (Darcy Weisbach Formula and Moody Diagram)
- 2) สูตรของ Hazen-Williams
- 3) สูตรของ Manning

### 2.5.1 สูตร Darcy Weisbach และแผนภูมิ Moody (Darcy Weisbach Formula and Moody Diagram)

สูตรนี้เป็นที่นิยมใช้ในการหาพลังงานที่สูญเสีย เป็นสูตรที่ได้จากการศึกษาของ Henri Darcy และ Julius Weisbach สามารถเขียนเป็นสมการในรูปหัวพลังงานได้ดังนี้

$$h_f = f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g} \quad (2.16)$$

โดยที่  $h_f$  คือ หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากความฝืด

สมการที่ 2.16 เรียกว่า “สมการของ Darcy-Weisbach” เมื่อ  $f$  คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อ (ไม่มีหน่วย) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความขรุขระของผิวท่อ( $e$ ) ดังในตารางที่ 2.1 แสดงค่าความขรุขระของผิวท่อของท่อชนิดต่างๆ และรูปที่ 2.8 แสดงค่าความขรุขระสัมพัทธ์ (Relative roughness,  $e/D$ ) ของท่อชนิดต่างๆ

จากการศึกษาและทดลอง Lewis F. Moody ได้จัดทำแผนภูมิซึ่งแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างค่า Reynolds number ( $N_R$ ), ความขรุขระสัมพัทธ์ ( $e/D$ ) และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อ ( $f$ ) ดังรูปที่ 2.9 ซึ่งเรียกกันว่า “แผนภูมิมูดี้ (Moody diagram)” เพื่อให้สะดวกในการคำนวณจากแผนภูมิดังกล่าว จะเห็นได้ว่าการไหลถูกแบ่งออกเป็น 4 Zone ดังนี้

- 1) Laminar zone เป็นย่าน(zone)ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและ Reynolds number มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง ( $f = 64 / N_R$ ) นั่นคือพลังงานที่สูญเสียจะไม่ขึ้นกับความขรุขระของผิวท่อ

- 2) Critical zone (ส่วนที่แรง) เป็นย่าน(zone)ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน( $f$ ) ขึ้นอยู่กับว่าการไหลเป็นแบบ Laminar หรือ Transition
- 3) Transitional zone เป็นย่าน(zone)ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน( $f$ ) ขึ้นอยู่กับ Reynolds number และความขรุขระสัมพัทธ์
- 4) Turbulent zone หมายถึง ย่าน(zone)การไหลที่เป็นแบบปั่นป่วน(Turbulent)อย่างเต็มที่ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน( $f$ ) ขึ้นอยู่กับความขรุขระสัมพัทธ์อย่างเดียว ไม่ขึ้นกับค่า Reynolds number

ในการหาค่าของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน จึงอาจใช้ค่าความขรุขระของผนังท่อดัง ตารางที่ 2.1 หรือรูปที่ 2.8 และรูปที่ 2.9 ร่วมกัน

ตารางที่ 2.1 ค่าความขรุขระของผนังท่อ ( $e$ )

Pipe Material	$e(mm)$	$e(ft)$
Glass, drawn brass, copper (new)	0.0015	0.000005
Seamless commercial steel (new)	0.004	0.000013
Commercial steel (enamel coated)	0.0048	0.000016
Commercial steel (new)	0.045	0.00015
Wrought iron (new)	0.045	0.00015
Asphalted cast iron (new)	0.12	0.0004
Galvanized iron	0.15	0.0005
Cast iron (new)	0.26	0.00085
Wood Stave (new)	0.18 ~ 0.9	0.0006 ~ 0.003
Concrete (steel forms, smooth)	0.18	0.0006
Concrete (good joints, average)	0.36	0.0012
Concrete (rough, visible, form marks)	0.60	0.002
Riveted steel (new)	0.9 ~ 9.0	0.003-0.03
Corrugated metal	45	0.15

ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการไหลในท่อ โดยอาศัยสมการของ Darcy Weisbach และแผนภูมิ Moody สามารถแบ่งได้ออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

**กรณีที่ 1** ต้องการหาค่า  $h_f$  เมื่อทราบค่า  $Q$ ,  $D$ ,  $e$ , และ  $L$  มีขั้นตอนดังนี้

$$1) \text{ หาค่า } N_R \text{ จาก } N_R = \frac{v \cdot D}{\nu} \text{ และ } \frac{e}{D}$$

2) หาค่า  $f$  จาก แผนภูมิ Moody

$$3) \text{ คำนวณ } h_f \text{ จาก } h_f = f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$$

**กรณีที่ 2** ต้องการหาค่า  $Q$  เมื่อทราบ  $h_f$ ,  $D$ ,  $L$  และ  $e$  กรณีนี้ต้องการ trial error มีขั้นตอนดังนี้

$$1) \text{ หาค่า } \frac{e}{D}$$

2) สมมติ  $f$  โดยให้อยู่ในช่วงของ  $\frac{e}{D}$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 โดยดูแผนภูมิ Moody ประกอบ



3) หาค่า  $v$  จาก  $v = \left[ \frac{h_f \cdot D \cdot 2g}{f \cdot L} \right]^{\frac{1}{2}}$

4) คำนวณ  $N_r$  จาก  $N_r = \frac{v \cdot D}{\nu}$

5) จาก  $\frac{e}{D}$  และ  $N_r$  ที่ได้อ่านค่า  $f$  จาก แผนภูมิ Moody

6) ตรวจสอบ  $f$  ที่สมมติกับที่ได้จากแผนภูมิ Moody ว่าเท่ากันหรือไม่ ถ้าเท่ากันก็คำนวณ  $Q = A \cdot v$   
แต่ถ้าไม่เท่ากัน ก็สมมติ  $f$  ใหม่ โดยใช้  $f$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5 เป็นค่าสมมติ

**กรณีที่ 3** ต้องการหาค่า  $D$  เมื่อทราบ  $h_f$ ,  $Q$ ,  $L$  และ  $e$  กรณีนี้ต้องการ trial error มีขั้นตอนดังนี้

1) สมมติ  $D$

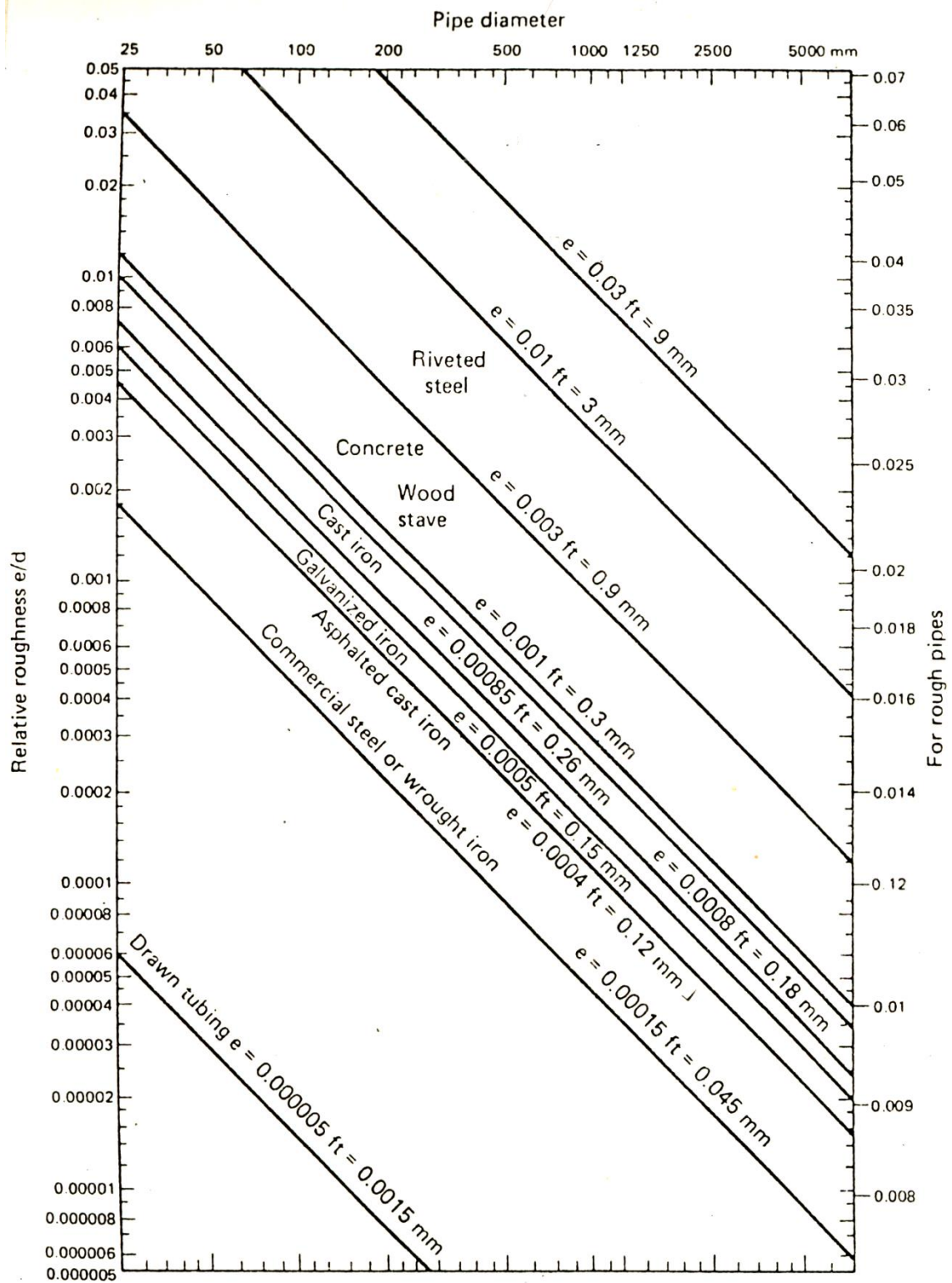
2) คำนวณ  $v$  จาก  $v = \frac{Q}{A}$

3) คำนวณ  $N_r = \frac{v \cdot D}{\nu}$  และ  $\frac{e}{D}$

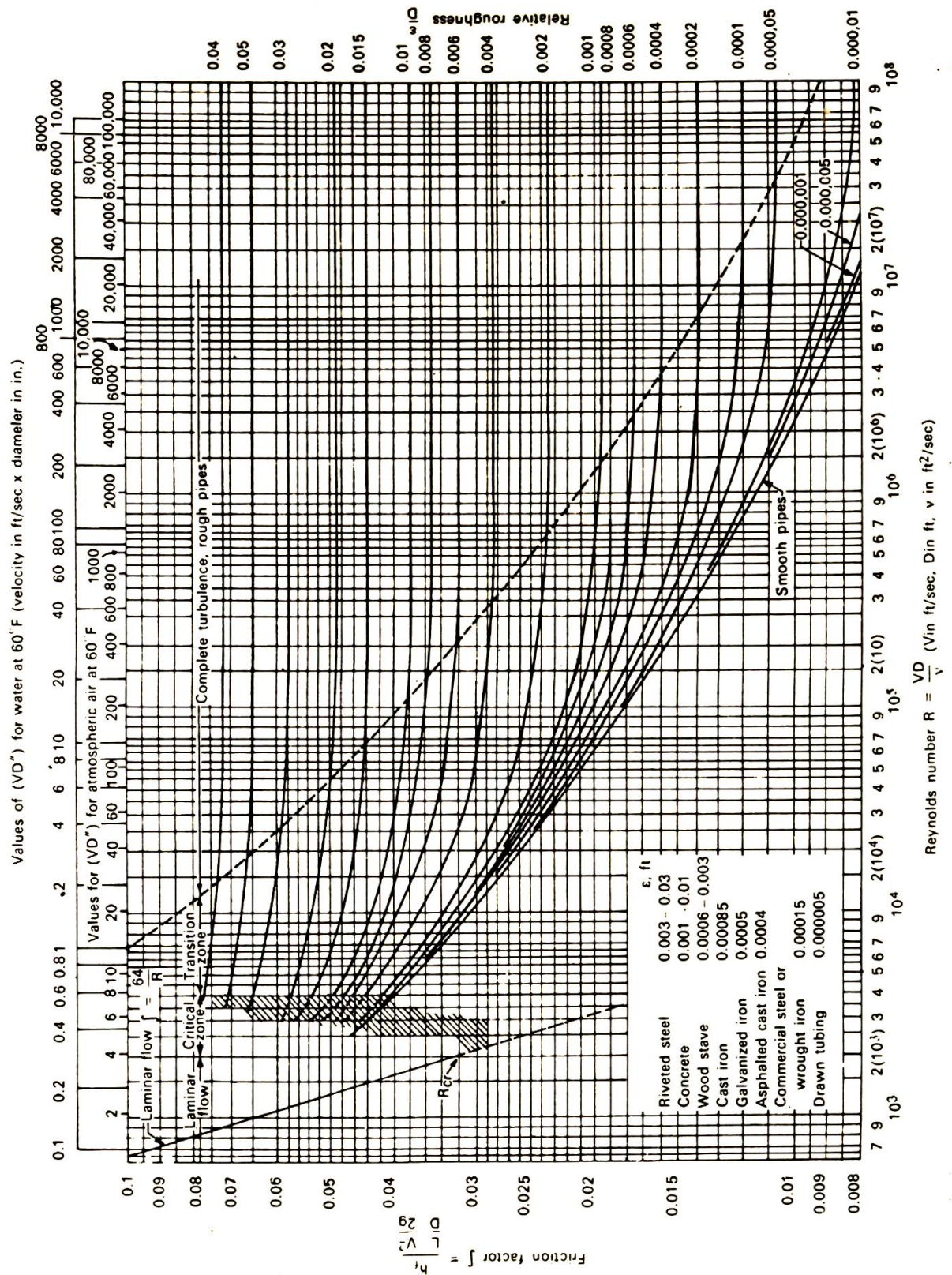
4) หา  $f$  จากแผนภูมิ Moody

5) คำนวณหา  $D$  จาก  $h_f = f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{Q^2}{\left( \frac{\pi D^2}{4} \right)^2 \cdot 2g}$  จะได้  $D = \left[ \frac{8f \cdot L \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot h_f} \right]^{\frac{1}{5}}$

6) ตรวจสอบ  $D$  ที่ได้กับที่สมมติไว้ หากไม่เท่ากันก็สมมติ  $D$  ใหม่ โดยใช้  $D$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5 เป็นค่าสมมติ



รูปที่ 2.8 แสดงค่าความขรุขระสัมพัทธ์ (Relative roughness,  $\frac{e}{D}$ ) ของท่อชนิดต่างๆ



รูปที่ 2.9 แผนภูมิโมดี้ (Moody diagram)

### ตัวอย่างที่ 2.5

จงคำนวณหาพลังงานสูญเสีย ( $h_f$ ) เมื่อน้ำไหลในท่อเหล็กเหนียว (commercial steel pipe) ด้วยอัตราการไหล 70 liter/s (ลิตร/วินาที) ความยาวท่อ 1,000 m มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 cm น้ำมีอุณหภูมิ 20°C

วิธีทำ

ความเร็วการไหล  $v = \frac{Q}{A} = \frac{0.07}{\frac{\pi}{4} \times 0.2^2} = 2.23 \quad \text{m/s}$

ที่อุณหภูมิ 20°C  $\nu = 1 \times 10^{-6} \quad \text{m}^2/\text{s}$

Reynold number  $N_R = \frac{vD}{\nu} = \frac{2.23 \times 0.2}{1 \times 10^{-6}} = 4.5 \times 10^5$

จากตารางที่ 2.1 ท่อเหล็กเหนียว (commercial steel pipe) มีค่าความขรุขระ (roughness height)  $\varepsilon = 0.045 \quad \text{mm}$

ความขรุขระสัมพัทธ์ (relative roughness)  $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045}{200} = 0.00023$

จาก Moody diagram (รูปที่ 2.9)  $N_R = 4.5 \times 10^5$ ,  $\varepsilon/D = 0.00023$  ได้  $f = 0.016$

หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทาน,  $h_f$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0.016 \left( \frac{1000}{0.2} \right) \left( \frac{2.23^2}{2 \times 9.81} \right) = 20.27 \quad \text{m}$$

$$= 20.27 \quad \text{m}$$

**ตอบ**

### ตัวอย่างที่ 2.6

ท่อ Wood-stave ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 m อยู่ในสภาพดี ลำเลียงน้ำที่มีอุณหภูมิ  $10^{\circ}\text{C}$  หากยอมให้เกิดการสูญเสียพลังงานได้ (Allowable head loss) 2 m./ ความยาวท่อ 1 km จงคำนวณหาอัตราการไหลของน้ำ

วิธีทำ

จากสมการที่ 3.16 
$$h_f = f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$$

แทนค่า

$$2 = f \left( \frac{1000}{3} \right) \frac{v^2}{2 \times 9.81}$$

$$v^2 = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 9.81}{1000f} = \frac{0.12}{f} \quad [1]$$

จากตารางที่ 2.1 จะได้ค่าความขรุขระของท่อ = 0.3 mm

ที่อุณหภูมิ  $10^{\circ}\text{C}$  
$$v = 1.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

ดังนั้น

$$N_R = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{3v}{1.31 \times 10^{-6}} = 2.29 \times 10^6 v \quad [2]$$

จากแผนภูมิ Moody สมการที่ [1] และ [2] โดยการ trial error

ครั้งที่ 1 สมมติค่า  $f = 0.02$  จากสมการที่ [1] และ [2] จะได้  $v = 2.45 \text{ m/s}$ ,  $N_R = 5.6 \times 10^6$  ใช้ค่า  $\frac{e}{D} = 0.0001$ ,  $N_R = 5.6 \times 10^6$  หาค่า  $f$  จากแผนภูมิ Moody จะได้  $f = 0.0122$   $\therefore$  ไม่ตรงกับค่าที่สมมติไว้

ครั้งที่ 2 สมมติค่า  $f = 0.0122$  จะได้  $v = 3.14 \text{ m/sec}$ ,  $N_R = 7.2 \times 10^6$  จากแผนภูมิ Moody จะได้  $f = 0.0121$  ซึ่งใกล้เคียงกับ 0.0122 คำนวณหา  $v$  ใหม่

$$v^2 = \frac{0.12}{0.0121} \quad \text{จะได้} \quad v = 3.15 \text{ m/sec}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q &= v \cdot A \\ &= 3.15 \times \left[ \frac{\pi}{4} \times 3^2 \right] \\ &= 22.27 \text{ m}^3/\text{sec} \end{aligned}$$

**ตอบ**

### ตัวอย่างที่ 2.7

จงหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ Welded-steel(เหล็กเชื่อม)วางในแนวราบลำลียงน้ำอุณหภูมิ  $10^{\circ}\text{C}$  ด้วยอัตรา 500 l/sec การสูญเสียความดันที่ยอมให้ (Allowable pressure loss) เท่ากับ 5 m/ความยาวของท่อ 1 km.

#### วิธีทำ

จากสมการ Bernoulli

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + h_L$$

ท่อดวางในแนวราบ  $\therefore h_1 = h_2$  ; จากสมการต่อเนื่อง  $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$  แต่

$$A_1 = A_2 \therefore v_1 = v_2$$

$$\therefore \text{จะได้} \quad \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = h_L = 5 \text{ m. /ความยาวของท่อ 1 km.}$$

$$\text{หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากความเสียดทาน } h_f = h_L = f \left( \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g} = f \left( \frac{L}{D} \right) \left( \frac{Q}{\frac{\pi}{4} (D)^2} \right)^2 \frac{1}{2g}$$

$$\frac{5}{1000} = \frac{8f \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad D^5 = \frac{1000 \times 8f \cdot Q^2}{5g \cdot \pi^2} = 4.13 f \quad [1]$$

จากตารางที่ 3.1 ใช้ค่า  $e$  ต่ำสุดของท่อ Riveted steel = 0.9 mm. อาศัยแผนภูมิ Moody และการ Trial error

ครั้งที่ 1 สมมติ  $D = 0.8 \text{ m.}$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.5}{\frac{\pi}{4} (0.8)^2} = 0.995 \text{ m/s}$$

$$N_R = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{0.995(0.8)}{1.31 \times 10^{-6}} = 6.1 \times 10^5$$

$$\frac{e}{D} = \frac{0.0009}{0.8} = 0.0011$$

จากแผนภูมิ Moody จะได้  $f = 0.021$  แทนค่า  $f$  ในสมการที่ [1] จะได้

$$D = (4.13 \times 0.021)^{\frac{1}{5}} = 0.61 \text{ m. ไม่ใกล้เคียง 0.8 m}$$



ครั้งที่ 2 สมมติ  $D = 0.61$  จะได้

$$v = 1.71 \text{ m/s}, N_R = 8 \times 10^5, \frac{e}{D} = 0.0015$$

จากแผนภูมิ Moody จะได้  $f = 0.022$  แทนค่า  $f$  ในสมการที่ [1] จะได้

$$D = (4.13 \times 0.022)^{\frac{1}{5}} = 0.62 \text{ m.}$$

ครั้งที่ 3 สมมติ  $D = 0.62 \text{ m.}$  จะได้

$$v = 1.66 \text{ m/sec}, N_R = 7.8 \times 10^5, \frac{e}{D} = 0.0015$$

จากแผนภูมิ Moody จะได้  $f = 0.0222$  แทนค่า  $f$  ในสมการที่ [1] จะได้

$$D = (4.13 \times 0.022)^{\frac{1}{5}} \\ = 0.62 \text{ m}$$

**ตอบ**

## 2.5.2 สูตรของ Hazen-Williams

สูตรของ Hazen-Williams เป็นสูตรที่ได้จากประสบการณ์สำหรับการหาหัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทาน (Empirical Formulas for Friction Head Loss)

เนื่องจากสูตรที่ได้นี้มาจากประสบการณ์ในการทำงาน ซึ่งขึ้นอยู่กับสถานะของการไหลหนึ่งๆ ดังนั้นในการใช้สูตรที่ได้จากประสบการณ์บางสูตร จึงต้องมีข้อจำกัดของสถานะของการไหล

สูตรของ Hazen-Williams มีข้อจำกัดคือ ใช้กับขนาดท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางไม่น้อยกว่า 5 cm. ( $D \geq 5 \text{ cm.}$ ) และความเร็วไม่เกิน 3 m/sec ( $v \leq 3 \text{ m/sec}$ ) สูตรนี้นิยมใช้ในการออกแบบระบบประปาในอเมริกาอย่างแพร่หลาย

สูตรของ Hazen-Williams ในระบบ SI ได้แก่

$$v = 0.85 C_{HW} R^{0.63} S^{0.54} \quad (2.17)$$

เมื่อ  $C_{HW}$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ Hazen-Williams ขึ้นอยู่กับชนิดของท่อ ดังแสดงในตารางที่ 2.2

$R$  คือ ค่ารัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic radius) ได้จากการหารพื้นที่หน้าตัดของการไหล ( $A$ ) ด้วยเส้นขอบเปียก (Wetted perimeter,  $P$ ) สำหรับท่อกลมจะได้

$$R = \frac{A}{P} = \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) \frac{1}{\pi \cdot D} = \frac{D}{4} \quad (2.18)$$

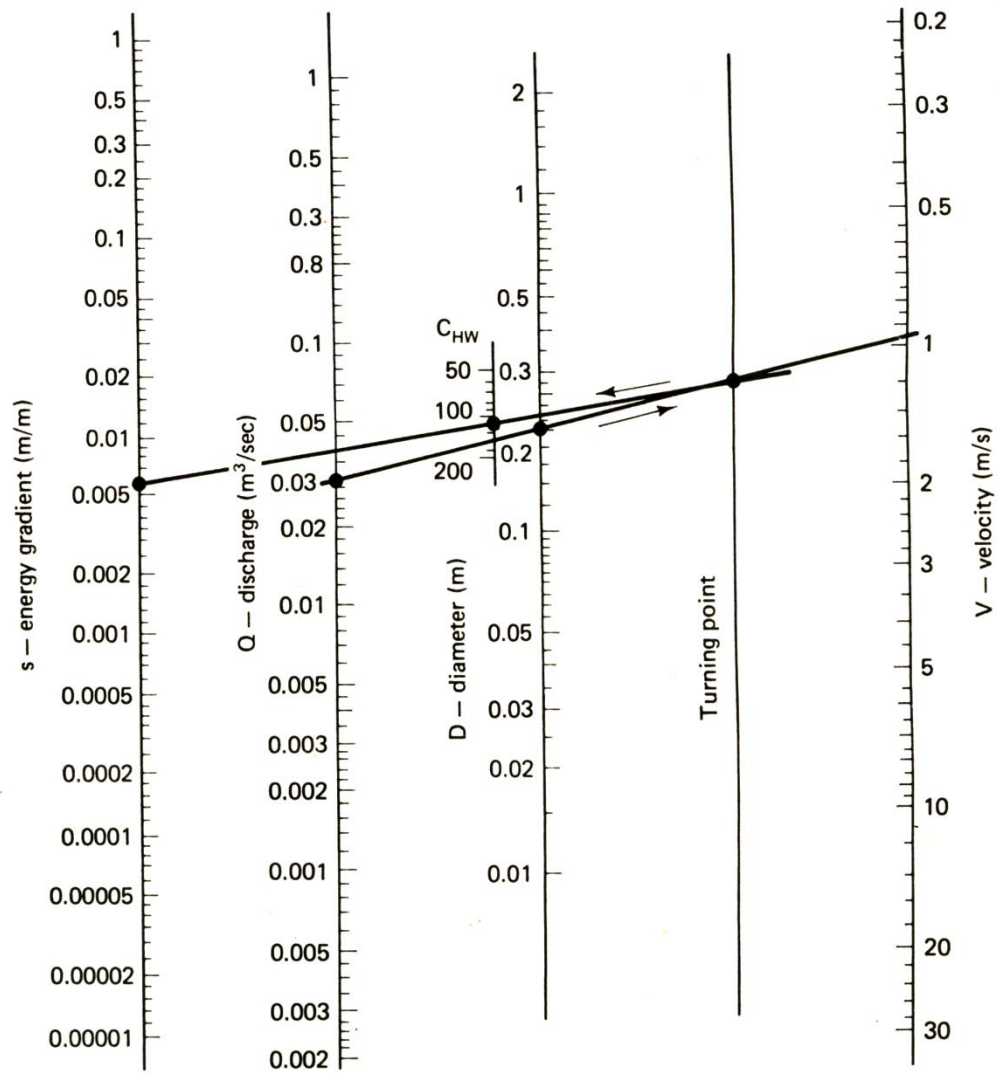
$S$  คือ ค่า Energy grade line (EGL) หรือหัวพลังงานที่สูญเสียต่อหนึ่งหน่วยความยาว ของท่อ ( $S = \frac{h_f}{L}$ )

ในการคำนวณหาการสูญเสียพลังงานด้วยสูตรของ Hazen-William อาจใช้สมการที่ 2.17 หรือใช้แผนภูมิของ Hazen-William ดังรูปที่ 2.10

ตารางที่ 2.2 ค่าสัมประสิทธิ์ของ Hazen-Williams,  $C_{HW}$

<i>Pipe Materials</i>	$C_{HW}$
Asbestos Cement	140
Brass	130–140
Brick sewer	100
Cast-iron	
New, unlined	130
10 yr. old	107–113
20 yr. old	89–100
30 yr. old	75–90
40 yr. old	64–83
Concrete or concrete lined	
Steel forms	140
Wooden forms	120
Centrifugally spun	135
Copper	130–140
Galvanized iron	120
Glass	140
Lead	130–140
Plastic	140–150
Steel	
Coal-tar enamel lined	145–150
New unlined	140–150
Riveted	110
Tin	130
Vitrified clay (good condition)	110–140
Wood stave (average condition)	120





รูปที่ 2.10 แผนภูมิของ Hazen-William

### ตัวอย่างที่ 2.8

ท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 20 cm. ยาว 100 m. ค่าสัมประสิทธิ์ของ Hazen-Williams

$C_{HW} = 120$  ถ้าเติมน้ำด้วยอัตรา 30 l/s จงคำนวณหาหัวพลังงานสูญเสียในท่อ

วิธีทำ

$$1) \text{ คำนวณจากสูตร} \quad v = 0.85 C_{HW} R^{0.63} S^{0.54}$$

$$A = \frac{\pi (0.2)^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2$$

$$P = \pi \cdot D = 0.2\pi = 0.628 \text{ m.}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0.0314}{0.628} = 0.05$$

$$\text{หาค่า } v \text{ จาก} \quad v = \frac{Q}{A} = \frac{0.03}{0.0314} = 0.995 \text{ m./sec}$$

$$\text{แทนค่า} \quad 0.995 = 0.85 \times 120(0.05)^{0.63} \left( \frac{h_f}{100} \right)^{0.54}$$

$$\therefore h_f = 0.58 \text{ m.} \quad \text{ตอบ}$$

2) ใช้แผนภูมิ Hazen-Williams

$$\text{โจทย์กำหนด} \quad Q = 0.03 \text{ m}^3/\text{sec}, \quad D = 0.2 \text{ m.}$$

3) ลากเส้นเชื่อม Column  $Q = 0.03 \text{ m}^3/\text{sec}$  และ  $D = 0.2 \text{ m.}$  ต่อเส้นผ่าน Column ของ Turning point และ

v

4) จากจุดตัดบน Column turning point ลากเส้นผ่าน Column ของ  $C_{HW} = 120$  ต่อเส้นผ่าน Column ของ Q และ S อ่านค่า S ได้เท่ากับ  $0.006 \text{ m/ความยาวท่อ } 100 \text{ m}$

จากสูตร

$$S = \frac{h_f}{L} = \frac{h_f}{100} = 0.006$$

$$\therefore h_f = 0.006 \times 100$$

$$= 0.60 \text{ m} \quad \text{ตอบ}$$

### 2.5.3 สูตรของ Manning

สูตรของ Manning เป็นสูตรที่ได้จากประสบการณ์อีกสูตรสำหรับการหาหัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทาน(Empirical Formulas for Friction Head Loss)

สูตรของ Manning นิยมใช้ในการไหลแบบทางน้ำเปิด(Open channel flow) ซึ่งก็สามารใช้กับการไหลในท่อได้เช่นเดียวกัน สูตรของ Manning นี้นิยมใช้วิเคราะห์การไหลในท่อขนาดใหญ่ เช่น ท่อส่งน้ำเข้ากังหันปั่นไฟ (Penstock) เป็นต้น โดยมีรูปแบบสมการในหน่วยระบบ SI ดังนี้

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (2.19)$$

เมื่อ  $n$  คือค่าสัมประสิทธิ์ของความขรุขระของ Manning ขึ้นอยู่กับชนิดของท่อ ดังตารางที่ 2.3

$R$  คือ รัศมีทางชลศาสตร์

$S$  คือ Energy gradient  $\left( \frac{h_f}{L} \right)$

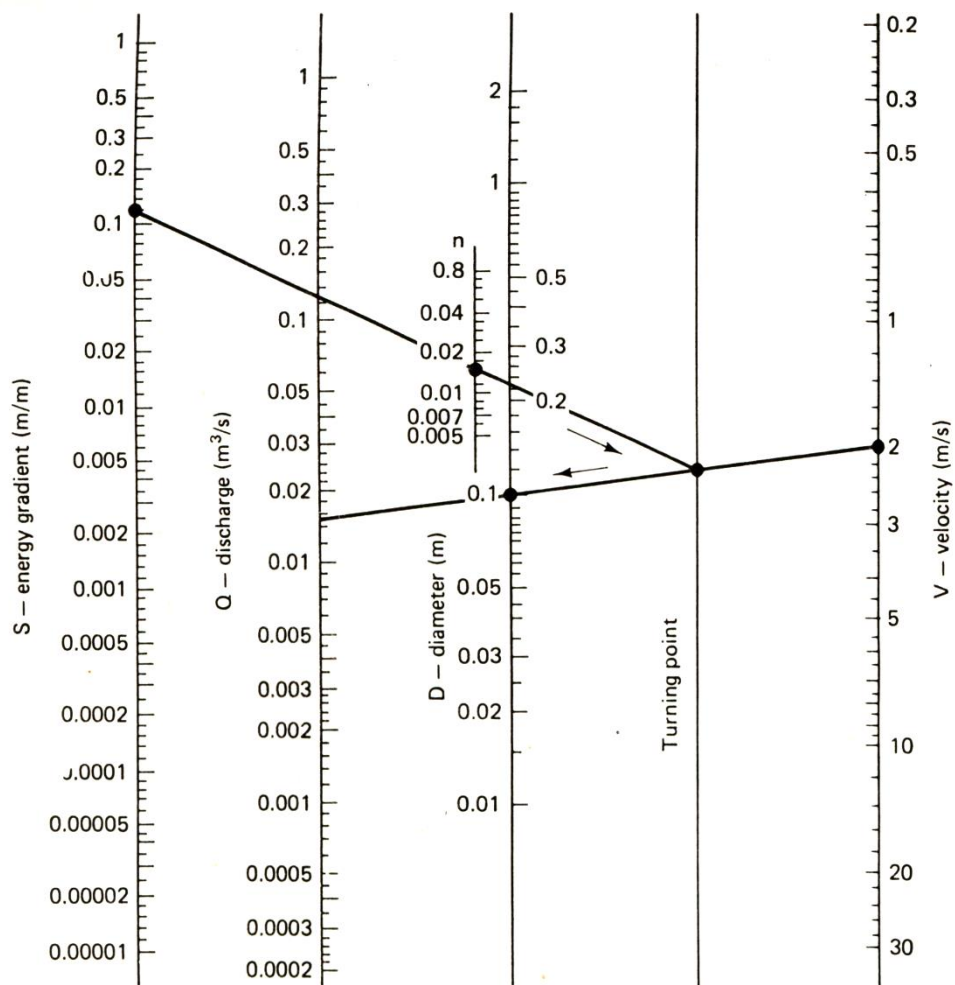
ความเร็วในรูปแบบสมการในหน่วยระบบอังกฤษได้แก่

$$v = \frac{1.486}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (2.20)$$

ในการคำนวณอาจใช้สูตรตามสมการที่ 2.20 หรือใช้แผนภูมิของ Manning ดังรูปที่ 2.11

ตารางที่ 2.3 ค่าสัมประสิทธิ์ของ Manning, n

Type of Pipe	Manning's n	
	Min.	Max.
Glass, brass, or copper	0.009	0.013
Smooth cement surface	0.010	0.013
Wood-stave	0.010	0.013
Vitrified sewer pipe	0.010	0.017
Cast-iron	0.011	0.015
Concrete, precast	0.011	0.015
Cement mortar surfaces	0.011	0.015
Common-clay drainage tile	0.011	0.017
Wrought iron	0.012	0.017
Brick with cement mortar	0.012	0.017
Riveted-steel	0.017	0.020
Cement rubble surfaces	0.017	0.030
Corrugated metal storm drain	0.020	0.024



รูปที่ 2.11 แผนภูมิกำนวณการไหลในท่อด้วยสูตร Manning

### ตัวอย่างที่ 2.9

ท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 cm ยาว 200 m. วางในแนวราบ ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning,  $n = 0.015$  จงคำนวณหาอัตราการไหล หากหัวความดันลดลง 24.6 m

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1) \text{ คำนวณจากสูตร } v &= \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \\
 A &= \frac{\pi}{4} (0.10)^2 = 0.00785 \text{ m}^2 \\
 P &= \pi \cdot D = 0.1\pi = 0.314 \text{ m} \\
 R &= \frac{A}{P} = \frac{0.00785}{0.314} = 0.025 \text{ m} \\
 S &= \frac{h_f}{L} = \frac{24.6}{200} = 0.123 \\
 \text{แทนค่าในสูตร } v &= \frac{1}{0.015} (0.025)^{2/3} 0.123^{1/2} = 2.0 \text{ m/s} \\
 Q &= v \cdot A \\
 &= 2.0 \times 0.00785 \\
 &= \mathbf{0.0157 \text{ m}^3/\text{sec}} \quad \text{ตอบ}
 \end{aligned}$$

2) ใช้แผนภูมิ Manning

$$\text{โจทย์กำหนด } D = 0.10 \text{ m } n = 0.015 \quad S = \frac{24.6}{200} = 0.123$$

2.1) ลากเส้นเชื่อม Column  $S = 0.123$  m/m และ  $n = 0.015$  ต่อเส้นผ่าน Column turning point

2.2) จากจุดตัดบน Column turning point ลากเส้นผ่าน column ของ  $D = 0.1$  m ต่อเส้นผ่าน Column ของ  $Q$  และ  $v$  อ่านค่า  $Q$  ได้เท่ากับ  $0.015 \text{ m}^3/\text{sec}$ ,  $v = 2 \text{ m/sec}$

## 2.6 การสูญเสียพลังงานย่อย (Minor Loss)

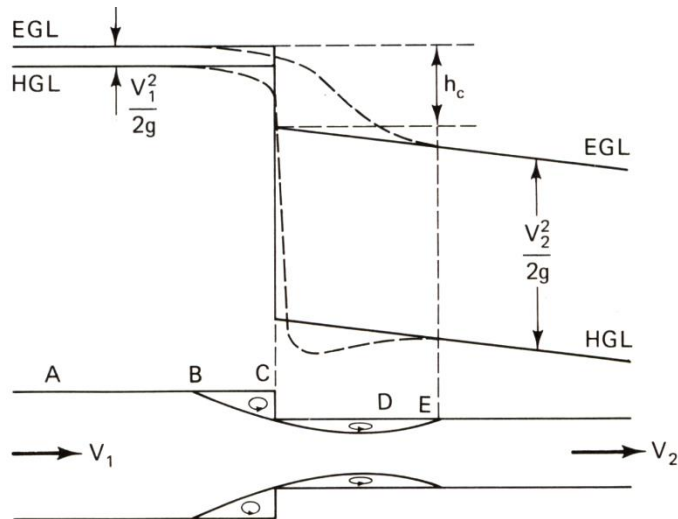
### 2.6.1 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดขนาดของท่อ (Loss of Head due to Contraction)

การลดขนาดของท่ออย่างกะทันหันจะก่อให้เกิดการลดลงของความดันในท่อ เนื่องจากความเร็วเพิ่มขึ้นและพลังงานที่สูญเสียเนื่องจากความปั่นป่วนของน้ำ ดังแสดงในรูปที่ 2.12 ที่จุด B เส้น HGL จะเริ่มลดลงเนื่องจากความเร็วของน้ำเพิ่มขึ้น และทำให้เกิดสภาพน้ำวนที่จุด C และ D เรียกว่า “Vena Contracta” ซึ่งทำให้น้ำมีความเร็วสูงขึ้นและความดันลดลง ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานเป็นอย่างมาก ความดันที่ลดลงจะฟื้นตัวขึ้นระหว่างจุด D และ E และกลับสู่สภาพปกติหลังจากผ่านจุด E ไปแล้ว ทำให้เส้น EGL. และ HGL.

กลับมาหานานกันอีกครั้งหนึ่งแต่จะมีความชันมากกว่าก่อนลดขนาดของท่อ หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากการลดขนาดท่อกระทันหัน สามารถคำนวณได้จาก

$$h_c = K_c \left( \frac{v_2^2}{2g} \right) \quad (2.21)$$

เมื่อ  $K_c$  คือค่าสัมประสิทธิ์การลดขนาดขึ้นอยู่กับอัตราส่วนเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อเล็กกับท่อใหญ่ ( $D_2/D_1$ ) และความเร็วในท่อเล็ก ดังแสดงในตารางที่ 2.4



รูปที่ 2.12 พลังงานสูญเสียและความดันเปลี่ยนแปลง เนื่องจากการลดขนาดท่อกระทันหัน

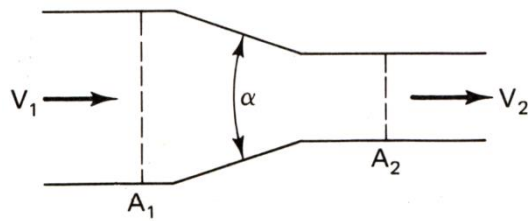
ตารางที่ 2.4 ค่าสัมประสิทธิ์การลดขนาด ( $K_c$ )

Velocity in Smaller Pipe $V(\text{m/sec})$	Ratio of Smaller to Larger Pipe Diameters, $D_2/D_1$									
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	0.49	0.49	0.48	0.45	0.42	0.38	0.28	0.18	0.07	0.03
2	0.48	0.48	0.47	0.44	0.41	0.37	0.28	0.18	0.09	0.04
3	0.47	0.46	0.45	0.43	0.40	0.36	0.28	0.18	0.10	0.04
6	0.44	0.43	0.42	0.40	0.37	0.33	0.27	0.19	0.11	0.05
12	0.38	0.36	0.35	0.33	0.31	0.29	0.25	0.20	0.13	0.06

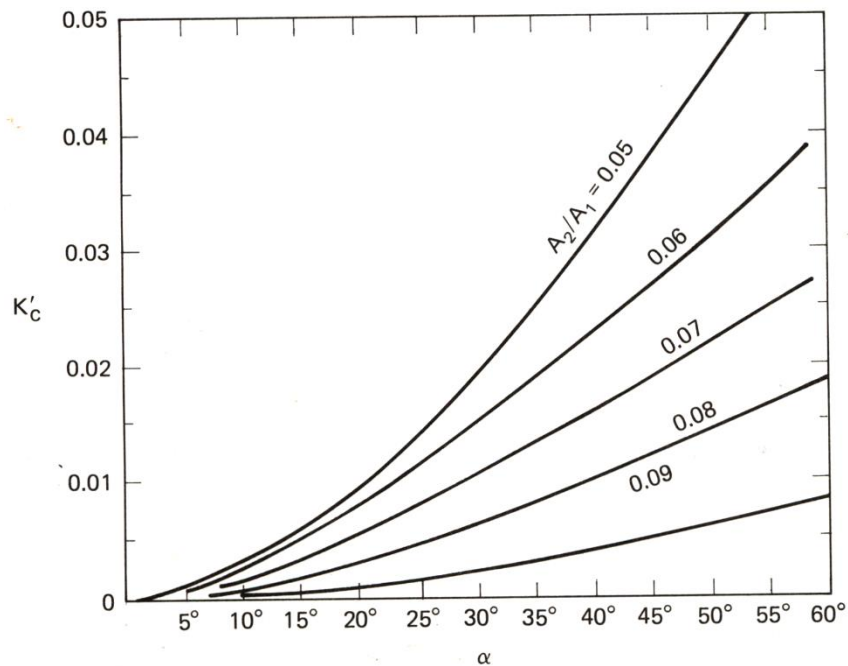
การสูญเสียพลังงานจากการลดขนาดท่ออย่างกระทันหัน อาจทำให้น้อยลงได้ โดยใช้ Confusor ซึ่งเป็นท่อต่อเชื่อม ซึ่งจะค่อยๆลดขนาดของท่อลงทีละน้อยๆ ดังในรูปที่ 2.13 ในกรณีนี้ หัวพลังงานสูญเสียสามารถคำนวณได้จาก

$$h'_c = K'_c \left( \frac{v_2^2}{2g} \right) \quad (2.22)$$

ค่า  $K'_c$  แปรผันตามมุมของ Confusor ( $\alpha$ ) และอัตราส่วนของพื้นที่  $\frac{A_2}{A_1}$  ดังแสดงในรูปที่ 3.14



รูปที่ 2.13 ท่อต่อเชื่อมค่อยๆลดขนาด (Pipe confusor)



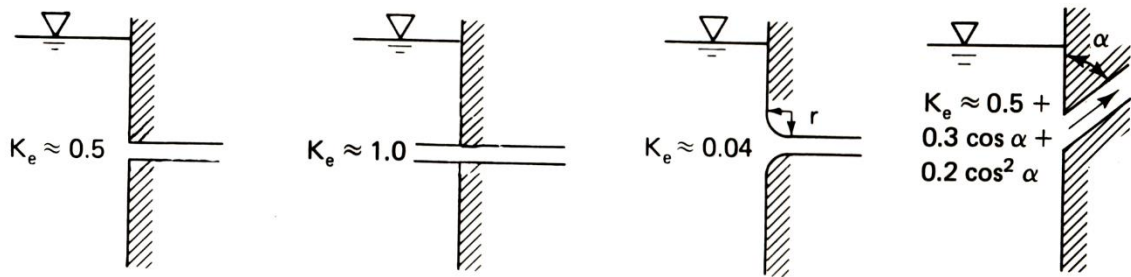
รูปที่ 2.14 ค่าสัมประสิทธิ์การลดขนาด ( $K'_c$ ) สำหรับ Pipe confusors

## 2.6.2 การสูญเสียพลังงานที่ทางเข้า (Loss of Head due to Entrance)

การสูญเสียพลังงานที่ทางเข้า (Entrance loss) ของน้ำในอ่างเก็บน้ำสู่ท่อ เกิดจากการลดขนาดท่ออย่างกะทันหัน เนื่องจากพื้นที่หน้าตัดของน้ำในอ่าง ( $A_1$ ) มีค่ามากเมื่อเทียบกับพื้นที่หน้าตัดของท่อ ( $A_2$ ) มาก ดังนั้นสัดส่วนของการลดขนาด ( $D_2/D_1$ ) ประมาณเท่ากับศูนย์ สมการทั่วไปในการคำนวณหาหัวพลังงานสูญเสียที่ทางเข้าท่อ สามารถเขียนได้เป็น

$$h_e = K_e \left( \frac{v^2}{2g} \right) \quad (2.23)$$

ค่า  $K_e$  คือค่าสัมประสิทธิ์ทางเข้า (Coefficient of entrance) สำหรับกรณีการต่อท่อกับอ่างเก็บน้ำในลักษณะต่างๆ ได้แสดงดังในรูปที่ 2.15



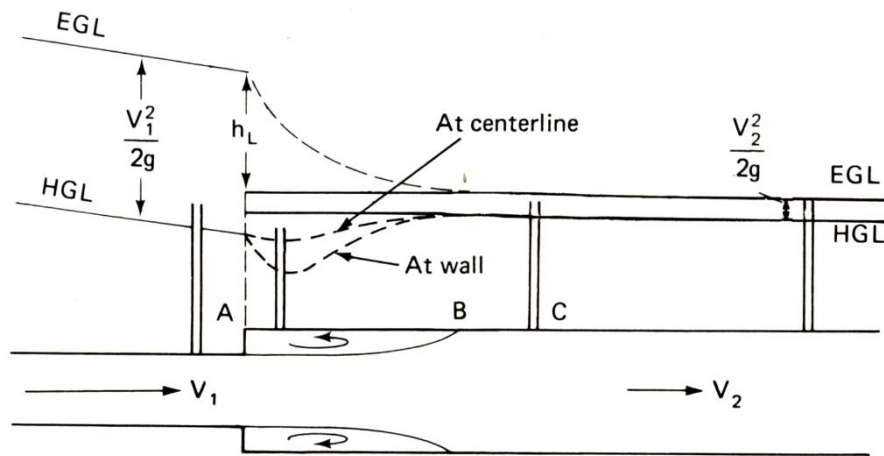
รูปที่ 2.15 ค่าสัมประสิทธิ์ทางเข้า (Coefficient of entrance,  $K_e$ )

### 2.6.3 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการขยายขนาดท่อ (Loss of Head due to Enlargement)

ในการขยายขนาดท่อให้ใหญ่ขึ้นกะทันหัน เส้น EGL และ HGL จะมีลักษณะดังรูปที่ 2.16 บริเวณส่วนต่อ AB จะมีสภาพน้ำไหลวน ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานในส่วนนี้เป็นจำนวนมาก ความดันจะเปลี่ยนแปลงมากในช่วง AB ซึ่งมีค่าลดลง เนื่องจากความเร็วที่ลดลงอย่างกะทันหัน จนกระทั่งถึงจุด C หลังจากจุด C เส้น EGL และ HGL จะมีความลาดชันน้อยลง

หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากการขยายท่อกระทันหัน คำนวณได้จากสูตร

$$h_E = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (2.24)$$

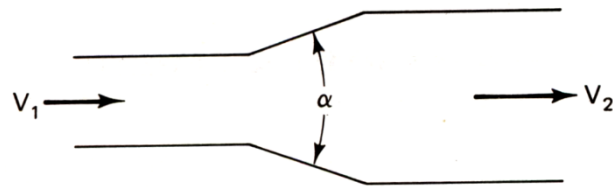


รูปที่ 2.16 พลังงานสูญเสียและความดันเปลี่ยนแปลง เนื่องจากการขยายขนาดท่อกระทันหัน

การสูญเสียพลังงานอาจลดลงได้โดยใช้ท่อต่อเชื่อม มีลักษณะค่อยๆ ขยายขนาดท่อขึ้น ซึ่งเรียกว่า Diffuser ดังรูปที่ 2.17 และหัวพลังงานสูญเสียในกรณีนี้ จะคำนวณได้จากสูตร

$$h'_E = K'_E \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \quad (2.25)$$

ค่า  $K'_E$  คือค่าสัมประสิทธิ์การขยายท่อ (Coefficient of enlargement) ขึ้นอยู่กับของ Diffuser ดังในตารางที่ 2.5



รูปที่ 2.17 ค่าสัมประสิทธิ์การขยายขนาด ( $K'_E$ ) สำหรับ Pipe diffuser

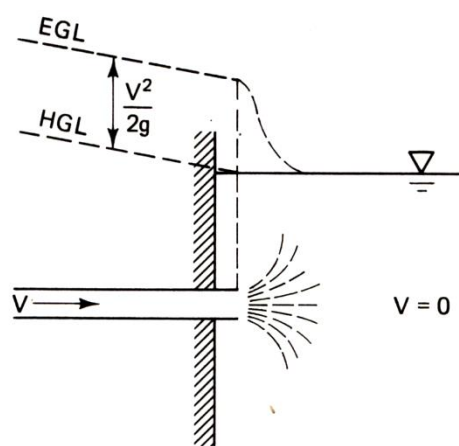
ตารางที่ 2.5 ค่าสัมประสิทธิ์การขยายท่อ ( $K'_E$ )

$\alpha$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	75°
$K'_E$	.078	.31	.49	.60	.67	.72	.72

#### 2.6.4 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการปล่อยน้ำ (Loss of Head due to Discharge)

กรณีที่ท่อมีระดับปากท่อจมอยู่ในอ่างเก็บน้ำ ดังแสดงในรูปที่ 2.18 เพื่อลำเลียงน้ำจากท่อไปยังอ่างเก็บน้ำ ความเร็วของน้ำในท่อ ณ จุดที่ปล่อยน้ำลงสู่อ่าง มีค่ามากเมื่อเทียบกับความเร็วของน้ำในอ่างเก็บน้ำ ดังนั้นหัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากการปล่อยน้ำ (Discharge head loss) นี้ สามารถคำนวณได้จาก

$$h_d = \frac{v_1^2}{2g} \quad (2.26)$$



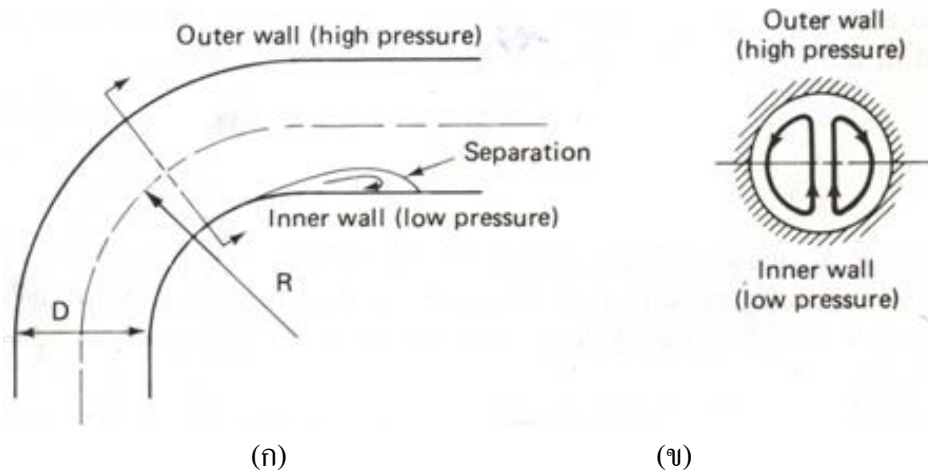
รูปที่ 3.18 หัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากการปล่อยน้ำ (Discharge head loss)

#### 2.6.5 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากท่อโค้ง (Loss of Head in Bends)

การต่อท่อโค้งหรือท่องอจะทำให้เกิดสภาพน้ำวน ดังรูปที่ 3.19 และทำให้เกิดการสูญเสียพลังงาน ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$h_b = K_b \frac{v^2}{2g} \quad (2.27)$$





รูปที่ 2.19 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากท่อโค้ง

ค่า  $K_b$  คือค่าสัมประสิทธิ์การโค้ง ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของรัศมีการโค้ง, R กับเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ, D สำหรับท่อ โค้ง  $90^\circ$  ค่า  $K_b$  สามารถหาได้จากตารางที่ 3.6

ตารางที่ 3.6 ค่าสัมประสิทธิ์การโค้ง ( $K_b$ )

$R/D$	1	2	4	6	10	16	20
$K_b$	0.35	0.19	0.17	0.22	0.32	0.38	0.42

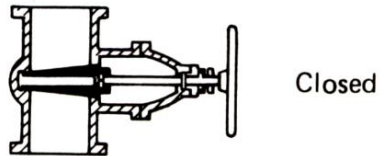
#### 2.6.6 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากวาล์ว (Loss of Head through Valves)

วาล์วซึ่งติดตั้งกับท่อเพื่อควบคุมการไหลของน้ำนั้น จะทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานขึ้น การสูญเสียพลังงานจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการออกแบบวาล์วชนิดนั้นๆ ถึงแม้จะมีการเปิดวาล์วเต็มที่ การสูญเสียพลังงานก็ยังคงมีอยู่ การคำนวณหาหัวพลังงานสูญเสียเนื่องจากวาล์ว สามารถคำนวณได้จาก

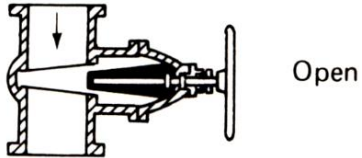
$$h_v = K_v \frac{v^2}{2g} \quad (2.28)$$

เมื่อ  $K_v$  คือค่าสัมประสิทธิ์ของวาล์ว ขึ้นอยู่กับชนิดของวาล์ว ดังแสดงในรูปที่ 3.20

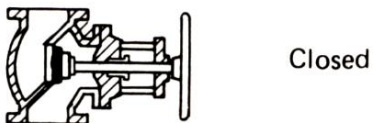
## A. Gate valves



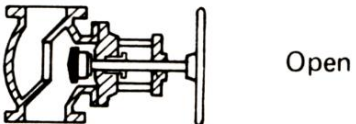
$$K_V = 0.15 \text{ (fully open)}$$



## B. Globe valves:



$$K_V = 10.0 \text{ (fully open)}$$



## C. Check valves:



Hinge (Swing type)

$$\text{Swing type } K_V = 2.5 \text{ (fully open)}$$

$$\text{Ball type } K_V = 70.0 \text{ (fully open)}$$

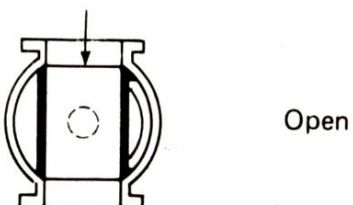
$$\text{Lift type } K_V = 12.0 \text{ (fully open)}$$



## D. Rotary valves:



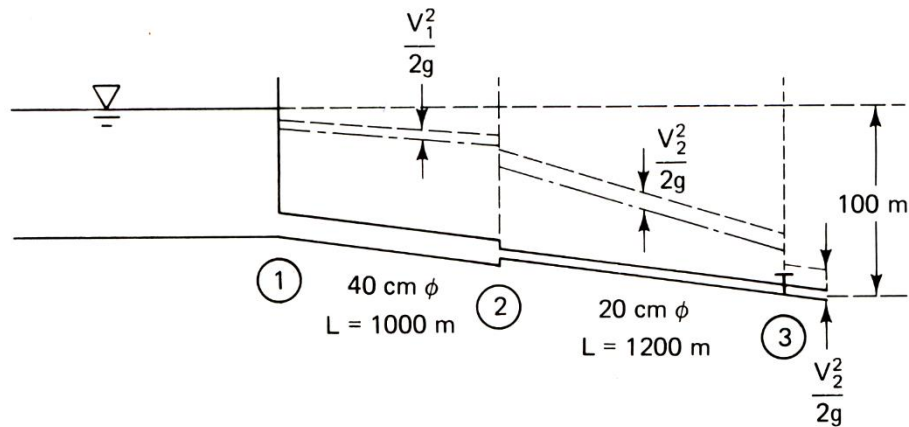
$$K_V = 10.0 \text{ (fully open)}$$



รูปที่ 2.20 ค่าสัมประสิทธิ์ของวาล์ว ( $K_V$ )

### ตัวอย่างที่ 2.10

จากรูปที่ 2.21 แสดงท่อเหล็กหล่อ (Cast iron) ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 cm และ 20 cm ยาวท่อนละ 1,000 m และ 1,200 m ตามลำดับ เพื่อลำเลียงน้ำจากอ่างเก็บน้ำมาตามท่อโดยปลายท่อที่น้ำสัมผัสอากาศมี Rotary valve เป็นตัวควบคุมระดับความแตกต่างระหว่างผิวน้ำในอ่างเก็บน้ำและปลายท่อเท่ากับ 100 m จงคำนวณหาอัตราการไหลเมื่อน้ำมีอุณหภูมิ  $10^{\circ}\text{C}$  และวาล์วเปิดเต็มที่ (Fully open)



รูปที่ 2.21 ท่อส่งน้ำลำเลียงน้ำจากอ่างเก็บน้ำ ตัวอย่างที่ 2.9

### วิธีทำ

พิจารณาหน้าตัดที่ 1-1 และ 3-3

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{v_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + h_3 + h_L$$

ให้ Datum อยู่ที่หน้าตัดที่ 3-3

$$h_3 = 0$$

ความเร็วของน้ำในอ่างน้อยมาก จึงให้ Velocity head  $\frac{v_1^2}{2g} \approx 0$

เนื่องจากผิวน้ำสัมผัสอากาศทั้งสองหน้าตัด  $P_1 = P_3 = 0$

∴ จึงเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$h_1 = 100 = \frac{v_3^2}{2g} + h_L \quad [1]$$

แต่

$$h_L = h_e + h_{f1} + h_c + h_{f2} + h_v$$

และ  $v_3 = v_2$  ∴ จากสมการที่ [1] จะได้

$$h_e + h_{f1} + h_c + h_{f2} + h_v + \frac{v_2^2}{2g} = 100 \quad [2]$$

หัวพลังงานสูญเสียที่ปากทางเข้า

$$h_e = K_e \left( \frac{v_1^2}{2g} \right)$$

จากรูปที่ 2.15  $K_c = 0.5 \quad \therefore h_c = \frac{0.5v_1^2}{2g}$

การสูญเสียพลังงานเนื่องจากวาล์ว,  $h_v = K_v \left( \frac{v_2^2}{2g} \right)$

จากตารางที่ 2.5  $K_v = 10 \quad \therefore h_v = \frac{10v_2^2}{2g}$

การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดขนาดท่อกระทันหัน,  $h_c = K_c \left( \frac{v_2^2}{2g} \right)$

จากตารางที่ 2.4  $\frac{D_2}{D_1} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$   $v_2$  ไม่ทราบจึงต้องสมมติค่า  $K_c$

ครั้งที่ 1 สมมติ  $K_c = 0.33$   
 $\therefore h_c = 0.33 \left( \frac{v_2^2}{2g} \right)$

จากสมการที่[2] จะได้

$$\left( 1 + 10 + f_2 \frac{1200}{0.20} + 0.33 \right) \frac{v_2^2}{2g} + \left( f_1 \frac{1000}{0.40} + 0.5 \right) \frac{v_1^2}{2g} = 100 \quad [3]$$

จากสมการต่อเนื่อง

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$\frac{\pi}{4} (0.4)^2 v_1 = \frac{\pi}{4} (0.2)^2 v_2$$

$$v_1 = 0.25 v_2 \quad [4]$$

แทนสมการที่[3]ในสมการที่[4]จะได้

$$v_2^2 = \frac{1962}{11.36 + 156.25f_1 + 6000f_2} \quad [5]$$

จากแผนภูมิ Moody เมื่อ  $\frac{e}{D_1} = \frac{0.26}{400} = 0.00065$  ถ้า  $f_1 \approx 0.0178$

$$\frac{e}{D_2} = \frac{0.26}{200} = 0.0013 \quad \text{ถ้า } f_2 \approx 0.0205$$

แทนค่า  $f_1$  และ  $f_2$  ในสมการที่[5]

$$v_2^2 = \frac{1962}{11.36 + 156.25(0.0178) + 6000(0.0205)}$$

$$v_2 = 3.78 \quad \text{m/sec}$$

$$v_1 = 0.25(3.78)$$

$$= 0.94 \text{ m/sec}$$

$$N_{R1} = \frac{D_1 \cdot v_1}{\nu} = \frac{0.4 \times 0.94}{1.31 \times 10^{-6}} = 2.88 \times 10^5$$

$$N_{R2} = \frac{D_2 \cdot v_2}{\nu} = \frac{0.2 \times 3.78}{1.31 \times 10^{-6}} = 5.78 \times 10^5$$

จากแผนภูมิ Moody เมื่อ  $\frac{e}{D_1} = \frac{0.26}{400} = 0.00065$ ,  $N_{R1} = 2.88 \times 10^5$ , ค่า  $f_1 = 0.019$

$\frac{e}{D_2} = \frac{0.26}{200} = 0.0013$ ,  $N_{R2} = 5.78 \times 10^5$ , ค่า  $f_2 = 0.021$

จะเห็นได้ว่าค่า  $f_1$  และ  $f_2$  ไม่ตรงกับที่สมมติไว้ จึงต้องสมมติค่า  $k_c, f_1, f_2$  ใหม่

ครั้งที่ 2 สมมติ  $k_c = 0.35, f_1 = 0.019, f_2 = 0.021$

∴ จะได้ 
$$v_2^2 = \frac{1962}{11.36 + 156.25(0.019) + 6000(0.021)}$$

$$v_2 = 3.74 \text{ m/sec}$$

$$v_1 = 0.25(3.74) = 0.93 \text{ m/sec}$$

$$N_{R1} = \frac{0.4 \times 0.93}{1.31 \times 10^{-6}} = 2.9 \times 10^5$$

$$N_{R2} = \frac{0.2 \times 3.74}{1.31 \times 10^{-6}} = 5.72 \times 10^5$$

จากแผนภูมิ Moody เมื่อ  $\frac{e}{D_1} = \frac{0.26}{400} = 0.00065$ ,  $N_{R1} = 2.9 \times 10^5$ , ค่า  $f_1 = 0.019$

$\frac{e}{D_2} = \frac{0.26}{200} = 0.0013$ ,  $N_{R2} = 5.72 \times 10^5$ , ค่า  $f_2 = 0.021$

อัตราการไหล 
$$Q = A_2 \cdot v_2$$

$$= \frac{\pi}{4} (0.2)^2 (3.74)$$

$$= 0.12 \text{ cms}$$

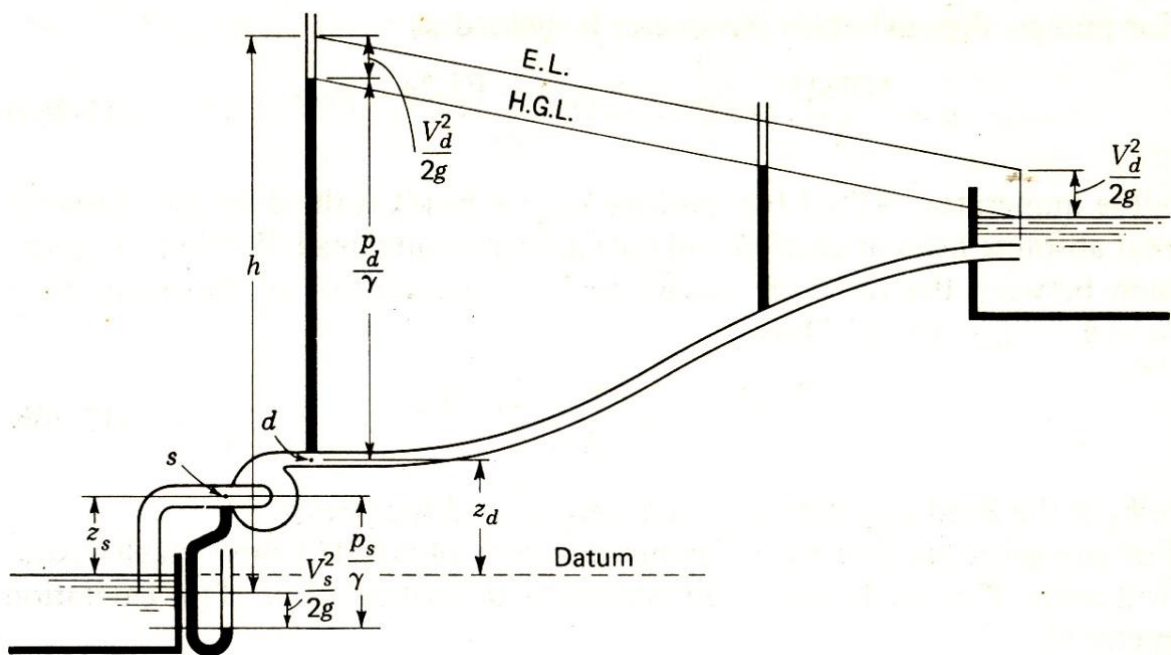
**ตอบ**

## 2.7 การประยุกต์สมการพลังงานกับลักษณะศาสตร์ของเครื่องสูบน้ำ

การสูบน้ำจากที่ต่ำไปสู่ที่สูงด้วยการไหลในท่อโดยเครื่องสูบน้ำ จะมีลักษณะศาสตร์แสดงในรูปที่ 2.22 ในส่วนท่อดูด (suction pipe) จะนำน้ำที่ถูกดูดจากแหล่งน้ำขึ้นมาเข้าสู่เครื่องสูบน้ำ จะมีสภาพการไหลด้วยความดันติดลบ (negative pressure)  $\frac{P_s}{\gamma}$  ซึ่งต่ำกว่าความดันบรรยากาศ พลังงานกลที่ได้ให้แก่เครื่องสูบน้ำ จะเพิ่มความดันให้กับมวลน้ำด้วยหัวพลังงาน  $h$  ที่ท่อส่ง (delivery pipe) ทำให้น้ำไหลไปตามท่อขึ้นสู่ที่สูงได้ เครื่องสูบน้ำจะต้องมีพลังงานมากเพียงพอที่จะชดเชยพลังงานที่สูญเสียไป เนื่องจากความเสียดทานของผนังท่อ ดังที่แสดงด้วยเส้นลาดพลังงาน (energy grade line, EGL) และเส้นลาดศาสตร์ (hydraulic grade line, HGL)

หัวพลังงานสุทธิ( $h$ ) ที่ได้จากเครื่องสูบน้ำ โดยพิจารณาสมการพลังงานที่จุด  $s$  และ  $d$  ในรูปที่ 2.22

$$h = (z_d - z_s) + \left( \frac{P_d}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \right) \quad (2.29)$$



ที่ 2.22 ลักษณะศาสตร์ของการไหลในท่อ ที่ติดตั้งเครื่องสูบน้ำ

## การแปลงหน่วยและค่าคงที่ต่างๆ

ความยาว (*Length*)

$$\frac{0.3048 \text{ m}}{1 \text{ ft}} = 1 \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in.}} = 1 \quad \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1$$

พื้นที่ (*Area*)

$$\begin{aligned} \frac{9.29 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{1 \text{ ft}^2} &= 1 & \frac{6.452 \text{ cm}^2}{1 \text{ in.}^2} &= 1 & \frac{4046.86 \text{ m}^2}{1 \text{ acre}} &= 1 \\ \frac{640 \text{ acre}}{1 \text{ mile}^2} &= 1 & \frac{1 \cdot 10^6 \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} &= 1 & \frac{1 \cdot 10^4 \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} &= 1 & \frac{2.59 \text{ km}^2}{1 \text{ mile}^2} &= 1 \end{aligned}$$

ปริมาตร (*Volume*)

$$\begin{aligned} \frac{2.832 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}{1 \text{ ft}^3} &= 1 & \frac{1 \cdot 10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} &= 1 & \frac{1 \cdot 10^3 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} &= 1 \\ \frac{7.4805 \text{ gal}}{1 \text{ ft}^3} &= 1 & \frac{3.7854 \text{ l}}{1 \text{ gal}} &= 1 & \frac{43560 \text{ ft}^3}{1 \text{ acre-ft}} &= 1 \\ \frac{3.2585 \cdot 10^5 \text{ gal}}{1 \text{ acre-ft}} &= 1 & \frac{1233.48 \text{ m}^3}{1 \text{ acre-ft}} &= 1 \end{aligned}$$

ความเร็ว (*Velocity*)

$$\frac{0.3048 \text{ m/sec}}{1 \text{ ft/sec}} = 1 \quad \frac{30.48 \text{ cm/sec}}{1 \text{ ft/sec}} = 1$$

อัตราการไหล (*Discharge*)

$$\begin{aligned} \frac{694.44 \text{ GPM}}{1 \text{ MGD}} &= 1 & \frac{448.83 \text{ GPM}}{1 \text{ ft}^3/\text{sec}} &= 1 & \frac{226.29 \text{ GPM}}{1 \text{ acre-ft/day}} &= 1 \\ \frac{15848.5 \text{ GPM}}{1 \text{ m}^3/\text{sec}} &= 1 & \frac{86400 \text{ m}^3/\text{day}}{1 \text{ m}^3/\text{sec}} &= 1 & \frac{3153.6 \text{ cm} \cdot \text{km}^2/\text{year}}{1 \text{ m}^3/\text{sec}} &= 1 \\ \frac{479.3 \text{ in.}/\text{year}/\text{mile}^2}{1 \text{ m}^3/\text{sec}} &= 1 \end{aligned}$$

มวล (*Mass*)

$$\frac{14.594 \text{ kg}}{1 \text{ slug}} = 1 \quad \frac{14594 \text{ g}}{1 \text{ slug}} = 1$$

ความหนาแน่น (*Density*)

$$\frac{515.4 \text{ kg/m}^3}{1 \text{ slug/ft}^3} = 1 \quad \frac{0.5154 \text{ g/cm}^3}{1 \text{ slug/ft}^3} = 1$$

แรง (*Force*)

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 = 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 10^{-5} \text{ N}$$

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 10^5 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 = 10^5 \text{ dyn}$$

**คุณสมบัติของน้ำที่อุณหภูมิและความดันปกติ (20°C และ 760 mm Hg )**

น้ำหนักจำเพาะ(Specific weight)	= 9789 N/m <sup>2</sup>	≡ 62.32 lb/ft <sup>3</sup>
ความหนาแน่น(Density)	= 998.2 kg/m <sup>3</sup>	≡ 1.94 slug/ft <sup>3</sup>
ความหนืด(Viscosity)	= 1×10 <sup>-3</sup> N·sec/m <sup>2</sup>	≡ 2.089×10 <sup>-5</sup> lb·sec/ft <sup>2</sup>
ความหนืดจลน์(Kinematic viscosity)	= 1.002×10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /sec	≡ 1.078×10 <sup>-5</sup> ft <sup>2</sup> /sec

**คุณสมบัติของน้ำที่อุณหภูมิและความดันมาตรฐาน (4°C และ 760 mm Hg )**

น้ำหนักจำเพาะ(Specific weight)	= 9806 N/m <sup>2</sup>	≡ 62.43 lb/ft <sup>3</sup>
ความหนาแน่น(Density)	= 1000 kg/m <sup>3</sup>	≡ 1.94 slug/ft <sup>3</sup>
ความหนืด(Viscosity)	= 1.57×10 <sup>-3</sup> N·sec/m <sup>2</sup>	≡ 3.28×10 <sup>-5</sup> lb·sec/ft <sup>2</sup>
ความหนืดจลน์(Kinematic viscosity)	= 1.57×10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /sec	≡ 1.69×10 <sup>-5</sup> ft <sup>2</sup> /sec

ความดันบรรยากาศมาตรฐาน(Standard atmospheric pressure) = 101,376 N/m<sup>2</sup>

ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก = 9.81 m/sec<sup>2</sup>